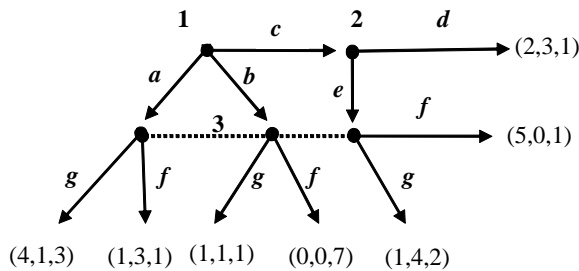


**EXAMEN DE THEORIE DES JEUX**

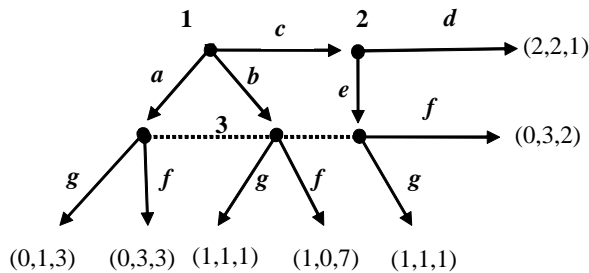
Durée totale de l'épreuve : 2h  
 Documents autorisés: aucun

**Question 1 (3 points) :** Pour chacun des jeux sous forme extensive suivants, déterminer tous les équilibres de Nash en stratégie pure et dire, en justifiant, s'ils sont, ou non, séquentiels. Justifier avec soin.

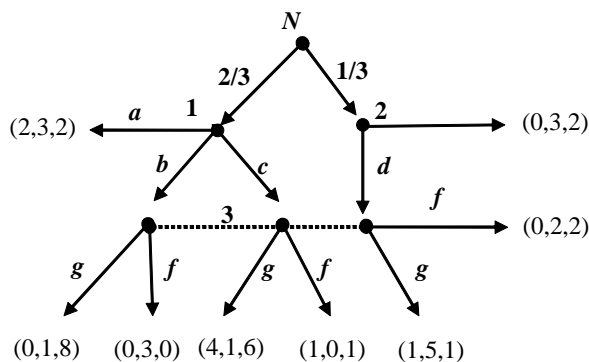
a)



b)



c)



**Question 2 (5 points)** L'entreprise Burp est un leader sur le marché des gouloums. Elle choisit, au début de l'année, la quantité de gouloums qu'elle choisit de produire et de vendre. L'entreprise Beerk est le seul autre concurrent sérieux de Burp. Beerk observe la production de Burp avant de décider de la sienne. La fonction de coûts de Burp est  $C^{Bu}(q) = 9q + 9q^2$  tandis que celle de Beerk est de  $C^{Be}(q) = 9q^2$ . La fonction de demande pour les gouloums est  $Q = 33 - \frac{p}{9}$  où  $p$  est le prix.

(a) (1 point) La combinaison de stratégies dans laquelle Burp produit 87/14 unités de gouloums et Beerk en produit 50/7 est-elle un équilibre de Nash de ce jeu sous forme extensive ? Justifier.

(b)(2 points) La situation décrite en a) est-elle un équilibre parfait en sous-jeu ? Si oui, justifier. Si non, trouver une combinaison de quantités de gouloums produite et vendue par chacune des deux firmes qui serait un équilibre parfait en sous-jeu.

(c) (2 points) Illustrez graphiquement votre réponse.

**Question 3 (4 points)** On considère le jeu sous forme normale à trois joueurs suivant (le joueur 1 choisit une ligne, le joueur 2 choisit une colonne et le joueur 3 choisit une matrice)

	<b>gauche</b>	<b>droite</b>
<b>haut</b>	3,2,0	1,3,1
<b>centre</b>	0,1,5	3,1,2
<b>bas</b>	1,1,2	2,0,3

**A**

	<b>gauche</b>	<b>droite</b>
<b>haut</b>	1,2,2	3,3,4
<b>centre</b>	5,0,2	0,1,3
<b>bas</b>	2,4,1	1,1,0

**B**

	<b>gauche</b>	<b>droite</b>
<b>haut</b>	11,2,3	1,3,6
<b>bas</b>	1,1,9	4,3,1
<b>bas</b>	4,9,0	2,0,3

**C**

Faire une prédiction de l'issue du jeu et indiquer le concept de solution utilisé, en justifiant bien sa réponse.

**Question 4 (5 points)** On considère le jeu sous forme normale à deux joueurs suivants

	<b>gauche</b>	<b>droite</b>
<b>haut</b>	5,2	1,1
<b>bas</b>	-1,-1	2,5

a) (1 point) Déterminer tous les équilibres de Nash du jeu (en stratégies pures et en stratégies mixtes).

b) (1 point) Supposons que les joueurs observent parfaitement un signal aléatoire (par exemple le temps qu'il fait) et qu'ils puissent adopter une stratégie de type: le joueur ligne joue haut et le joueur colonne joue gauche s'il fait beau et les deux joueurs jouent, respectivement, bas et droite s'il fait mauvais. Les joueurs ont-ils intérêt à se comporter de la sorte, s'ils anticipent de la part de l'autre un tel comportement ? Justifier avec soin. Déterminer également le paiement que recevront en moyenne les joueurs s'ils adoptent une telle corrélation, en supposant que les deux états climatiques ont une probabilité égale de survenir

c) (2 points) Supposons maintenant que les deux joueurs puissent baser leur choix de stratégies sur l'observation d'un signal aléatoire *imparfait* (par exemple le tirage d'une boule d'une urne). Imaginons par exemple qu'il y ait 3 boules dans une urne: une rouge, une noire et une verte. Une boule est tirée et un signal imparfait est envoyé à chaque joueur sur le résultat du tirage. Les signaux sont les suivants. Le joueur qui choisit la ligne sait si la boule est verte ou non, mais n'a aucune information sur la couleur de la boule tirée si celle-ci n'est pas verte. Le joueur qui choisit la colonne sait si la boule est noire ou non, mais n'a aucune information sur la couleur de la boule tirée si celle-ci n'est pas noire. Imaginons, avec Aumann, que les joueurs basent leur décision sur le signal qu'ils reçoivent. Construire une combinaison de stratégies basée sur ces signaux qui soit un équilibre corrélié. Montrer que cet équilibre corrélié permet à chacun des joueurs d'obtenir, en moyenne, un meilleur paiement que celui obtenu dans l'équilibre corrélié fondée sur une information parfaite étudié en b). Qu'en concluez vous sur la valeur stratégique de l'information ?

**Question 5 (3 points)** : Vrai ou faux (justifier) ? Un équilibre séquentiel est forcément parfait en sous-jeu.