Economie Industrielle et de l'Innovation
2ème série d'exercices d'approfondissement

Question 1: La technologie de production de coupes de cheveux est donnée par la fonction de coûts

$$C(y) = 5y - \frac{y^2}{2} + y^3$$

où y est quantité de coupes de cheveux (par mois). La quantité demandée Q_d de coupes de cheveux est donnée par:

$$Q_d = 25 - 5p$$

où p est le prix.

(a) Quelle quantité de coupe de cheveux choisirait de produire un monopole ? Quel prix exigerait ce monopole ?

Réponse:

Le monopole choisit le prix de ses coupes de cheveux de manière à résoudre le programme suivant:

$$\max_p (25 - 5p)p - 5(25 - 5p) + \frac{(25 - 5p)^2}{2} - (25 - 5p)^3$$

La condition de premier ordre que doit nécessairement satisfaire le prix de monopole p^M qui résout ce programme est:

$$\begin{aligned} 25 - 10p^M + 25 - 5(25 - 5p^M) + 15(25 - 5p^M)^2 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ 9300 - 3735p^M + 375(p^M)^2 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ 620 - 249p^M + 25(p^M)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Cette équation quadratique a pour solutions: $p^M = 4,96$ et $P^M = 5$. Seule la première de ces deux solutions est compatible avec une vente d'une quantité positive de coupes de cheveux.(car la demande est nulle au prix de 5). Le monopole va donc exiger un prix de 4,96 unités de monnaie par coupe de cheveux et produire 0,2 coupes de cheveux par mois (une coupe de cheveux par 5 mois!!!).

(b) D'après vous, la demande de coupe de cheveux est-elle suffisante (par rapport au coût de produire les coupes de cheveux) pour permettre l'organisation concurrentielle de cette industrie ?

Réponse:

Une manière de répondre à cette question est de déterminer le nombre total de coupe de cheveux qui, si elles étaient mis sur le marché, le serait à un prix qui correspondrait au minimum du coût moyen de chaque firme. La quantité qui minimise le coût moyen est la quantité $\widehat{y}$ qui vérifie:

$$\begin{array}{rcl} CM(\widehat{y}) & = & Cm(\widehat{y}) \\ & \Longleftrightarrow & \\ \dfrac{C(\widehat{y})}{\widehat{y}} & = & C'(\widehat{y}) \\ & \Longleftrightarrow & \\ 5-\dfrac{\widehat{y}}{2}+\widehat{y}^2 & = & 5-\widehat{y}+3\widehat{y}^2 \\ & & \\ & \Longleftrightarrow & \\ \dfrac{\widehat{y}}{2}(1-4\widehat{y}) & = & 0 \end{array}$$

Cette équation quadratique a pour solutions $\widehat{y}=0$ et $\widehat{y}=1/4$. C'est évidemment la deuxième de ces solutions qui doit être retenue ici (pourquoi ?). Si une firme produit 1/4 coupe de cheveux par mois (1 coupe de cheveux par 4 mois), son coût moyen (minimum) sera de $5-1/8+1/16=79/16$. La quantité de coupes de cheveux pouvant être absorbée par le marché à un prix de 79/16 est donnée par $Q_d=25-5\times 79/16=(400-395)=5/16$ ce qui est à peine plus grand qu'1/4. Donc, il ne peut pas y avoir plus d'une firme opérant sur ce marché qui paraît donc être clairement un monopole naturel.

(c) Quelle quantité choisirait de produire le monopoleur s'il pouvait pratiquer une discrimination parfaite (du premier degré) par les prix ?

Réponse:

Nous avons vu en classe que le monopoleur déterminerait sa quantité en égalisant son coût marginal au prix. Cette quantité y^1 est donc déterminée par la condition:

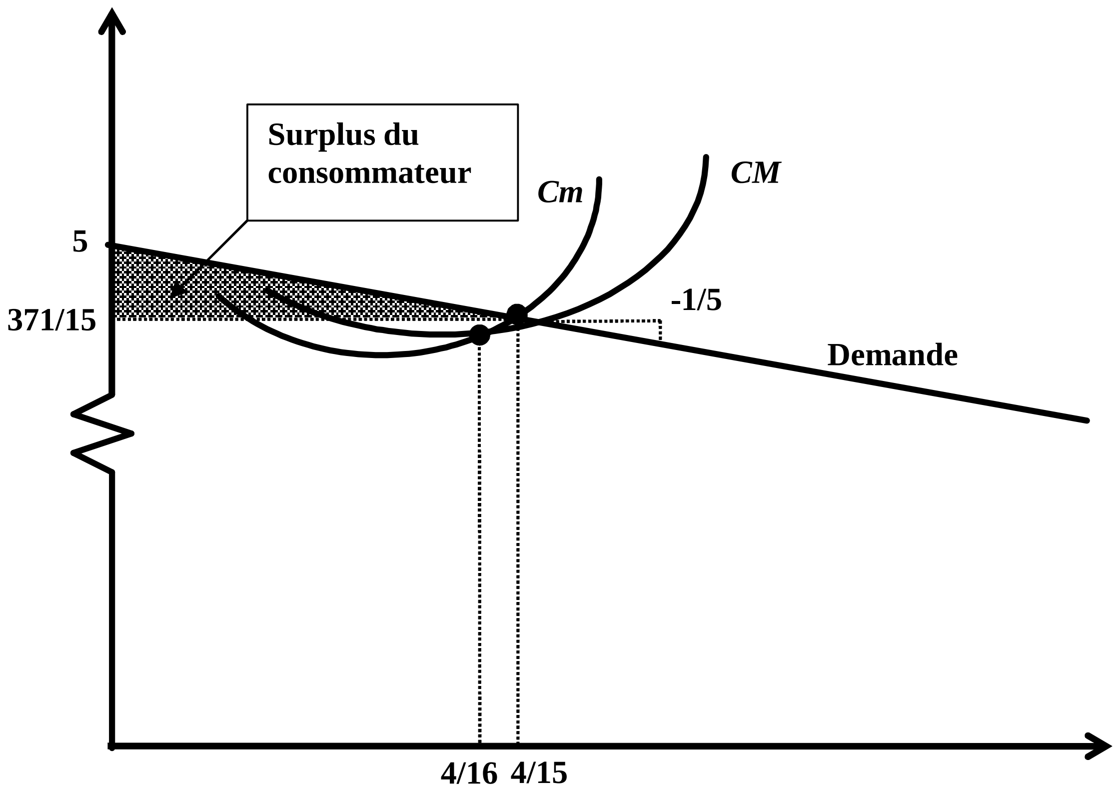
$$\begin{array}{rcl} p(y^1) & = & 5-\dfrac{y^1}{5}=Cm(y^1)=5-y^1+3(y^1)^2 \\ & \Leftrightarrow & \\ y^1(\dfrac{4}{5}-3y^1) & = & 0 \end{array}$$

une équation dont la seule racine pertinente pour nous est $y^1=4/15$. La situation que nous venons de décrire est représentée graphiquement de la manière suivante:

Pour déterminer les profits du monopoleur qui pratique une telle discrimination par les prix, il faut déterminer trois grandeurs:

1) Le coût total de produire 4/15 unités, soit $C(4/15)=5\times\frac{4}{15}-\frac{16/225}{2}+(\frac{4}{15})^3=1,3167$.

2) Les recettes $R(4/15)$ retirées de la vente de 4/15 unités au prix de 71/15, soit: $R(4/15)=\frac{4\times 371}{225}=6,5956$.


Surplus du consommateur
Cm
CM
5
371/15
-1/5
Demande
4/16
4/15

3) Le surplus S extrait des consommateurs inframarginaux, représenté par la partie hachurée du graphique ci-dessus. Cette aire est donnée par

$$\begin{aligned}
\int_{371/15}^{5} (25-5p)dp &= |_{371/15}^{5}[25p - \frac{5}{2}p^2]dp \\
&= [125 - \frac{5\times 371}{3} - \frac{125}{2} + \frac{5\times 371^2}{2\times 225}] \\
&= 5\times[\frac{25}{2} - \frac{371}{3} + \frac{371^2}{550}] \\
&= 695,45
\end{aligned}$$

Le monopoleur effectuant une discrimination parfaite réalise donc des profits de $R(4/15)+S-C(4/15) = 695,45+6,5956-1,3167 = 700,73$.

(d) Supposons que la demande de coupes de cheveux résulte de deux types de consommateurs: les consommateurs de type 1, qui ont une demande

$$Q_d^1 = 10 - 2p$$

et les consommateurs de type 2, dont la demande est:

$$Q_d^2 = 15 - 3p$$

S'il pouvait pratiquer de la discrimination par les prix du troisième degré, et vendre aux deux types de consommateurs des quantités différentes à des prix différents, quelle prix exigerait le monopoleur de chaque type de consommateur ? Quelle quantité serait vendu à chaque consommateur.

Réponse:

Le monopoleur qui pratiquerait de la discrimination par les prix du troisième degré choisirait les quantités y_1 et y_2 et les prix $p_1 = 5 - y_1/2$ et $p_2 = 5 - y_2/3$ de manière à résoudre le programme suivant:

$$\max_{y_1,y_2}(5-\frac{y_1}{2})y_1 + (5-\frac{y_2}{3})y_2 - 5(y_1+y_2) + \frac{(y_1+y_2)^2}{2} - (y_1+y_2)^3$$

Les conditions de premier ordre que satisfont nécessairement des solutions **intérieures** y_1^* et y_2^* à ce programme sont, pour le premier marché:

$$\begin{aligned}
5 - y_1^* - 5 + y_1^* + y_2^* - 3(y_1^*+y_2^*)^2 &= 0 \qquad (1)\\
&\Leftrightarrow \\
y_1^{*2} + 2y_1^*y_2^* + y_2^{*2} - \frac{y_2^*}{3} &= 0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\Longleftrightarrow \\
y_1^* &= -y_2^* \pm \frac{\sqrt{4y_2^{*2} - 4y_2^{*2} + \frac{4}{3}y_2^*}}{2} \\
&= -y_2^* \pm \sqrt{\frac{y_2^*}{3}} \\
&= -y_2^* + \sqrt{\frac{y_2^*}{3}} \text{ (en ne prenant que la racine pertinente)} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

et,pour le second marché:

$$
\begin{aligned}
5 - \frac{2}{3}y_2^* - 5 + y_1^* + y_2^* - 3(y_1^* + y_2^*)^2 &= 0 \\
&\Longleftrightarrow \\
y_1^{*2} + 2y_1^*y_2^* + y_2^{*2} - \frac{y_2^*}{9} - \frac{y_1^*}{3} &= 0
\end{aligned}
$$

en substituant (2) dans cette expression, nous avons:

$$
\begin{aligned}
[-y_2^* + \sqrt{\frac{y_2^*}{3}}]^2 + 2[-y_2^* + \sqrt{\frac{y_2^*}{3}}]y_2^* + y_2^{*2} - \frac{y_2^*}{9} + \frac{y_2^* - \sqrt{\frac{y_2^*}{3}}}{3} &= 0 \\
&\Longleftrightarrow \\
y_2^{*2} - 2\sqrt{\frac{y_2^*}{3}}y_2^* + \frac{y_2^*}{3} - 2y_2^{*2} + 2\sqrt{\frac{y_2^*}{3}}y_2^* + y_2^{*2} - \frac{y_2^*}{9} + \frac{y_2^* - \sqrt{\frac{y_2^*}{3}}}{3} &= 0 \\
\frac{2y_2^*}{9} + \frac{y_2^* - \sqrt{\frac{y_2^*}{3}}}{3} &= 0
\end{aligned}
$$

ou, en posant $x = y_2^{*1/2}$

$$
\begin{aligned}
\frac{5x^2}{9} - \frac{x}{3^{3/2}} &= 0 \\
&\Leftrightarrow \\
\frac{x}{3}(\frac{5x}{3} - \frac{1}{3^{1/2}}) &= 0 \\
&\Leftrightarrow \\
x &= \frac{3^{1/2}}{5}
\end{aligned}
$$

en ne prenant que la racine non nulle. Donc le monopoleur vendrait $y_2^* = \frac{3}{25}$ dans le marché 2. Pour connaître la quantité y_1^* qu'il vendrait sur le premier marché, on utilise (2) pour écrire:

$$
\begin{aligned}
y_1^* &= -y_2^* + \sqrt{\frac{y_2^*}{3}} \\
&= -\frac{3}{25} + \sqrt{\frac{3/25}{3}} \\
&= (-3+5)/25 = 2/25
\end{aligned}
$$

La firme vend donc 2/25 sur le premier marché et 3/25 sur le second marché. Elle vend donc au total 1/5 unités du bien, exactement comme elle le faisait lorsqu'elle ne pratiquait aucune discrimination par les prix (et traitait les deux sous-marchés de manière identique). Le bien est vendu à un prix de $5 - \frac{2/25}{2} = 24/25$ dans le premier marché et à un prix de $5 - \frac{3/25}{3} = 24/25$ dans le second marché. La firme choisit donc de ne pratiquer aucune discrimination par les prix et d'exiger le même prix dans les deux marchés.

(e) Sur le plan normatif, est-il bon qu'on autorise le monopoleur à pratiquer de la discrimination par les prix du troisième degré dans cet exemple ?

Réponse: Comme on l'a vu dans la question précédente, la firme exige le même prix dans les deux marchés et vend la même quantité globale de bien. Elle ne gagne donc rien à pratiquer de la discrimination par les prix. Rien ne change non plus pour les consommateurs puisque chacun d'entre eux paie le même prix et, au total, ils consomment tous la même quantité.

Question 2 Une entreprise en monopole a une fonction de coûts $C(q) = q$. Cette entreprise est confrontée à deux types de consommateurs. Cent consommateurs sont de type 1 et cinquante sont de type 2. Un consommateur de type 1 obtient de la satisfaction de la consommation du bien produit par le monopoleur (mesurée par une variable q) et de l'argent disponible à d'autres bien (mesuré par une variable x) au moyen de la fonction d'utilité

$$U_1 = \ln(1 + q_1) + x_1$$

alors qu'un consommateur de type 2 a pour fonction d'utilité:

$$U_2 = 2\ln(1 + q_2) + x_2$$

Les consommateurs de type 1 ont un revenu disponible de 100 et les consommateurs de type 2, de 200. L'entreprise est incapable, lorsqu'elle a un client, de savoir s'il est de type 1 ou de type 2. Elle connaît en revanche la distribution des types dans la population et les préférences de ces consommateurs. Déterminer la tarification que choisirait le monopoleur dans ce cas.

Réponse:

Le monopoleur choisit des tarifs T_1 et T_2 ainsi que des quantités (ou des indices de qualité) q_1 et q_2 de manière à maximiser ses profits Π définis par:

$$\Pi = 100(T_1 - q_1) + 50(T_2 - q_2)$$

sous les 4 contraintes suivantes:

$$\begin{aligned}
\ln(1 + q_1) + 100 - T_1 &\geq 100 \text{ (participation du type 1)} \\
2\ln(1 + q_2) + 200 - T_2 &\geq 200 \text{ (participation du type 2)} \\
\ln(1 + q_1) + 100 - T_1 &\geq \ln(1 + q_2) + 100 - T_2 \text{ (incitation du type 1 à préférer son "package")} \\
2\ln(1 + q_2) + 200 - T_2 &\geq 2\ln(1 + q_1) + 200 - T_1 \text{ (incitation du type 2 à préférer son "package")}
\end{aligned}$$

Ces contraintes peuvent évidemment se réécrire:

$$\begin{aligned}
\ln(1+q_1) - T_1 &\geq 0 \quad (3)\\
2\ln(1+q_2) - T_2 &\geq 0 \quad (4)\\
\ln(1+q_1) - T_1 &\geq \ln(1+q_2) - T_2 \quad (5)\\
2\ln(1+q_2) - T_2 &\geq 2\ln(1+q_1) - T_1 \quad (6)
\end{aligned}$$

A l'évidence, puisque $2\ln(1+q_1)-T_1 > \ln(1+q_1)-T_1$, le fait que les contraintes (3) et (6) soient satisfaites implique que la contrainte (4) soit satisfaite avec une inégalité stricte, et donc, qu'elle ne soit pas contraignante. On peut donc ignorer cette contrainte. Considérons maintenant la contrainte (6). En augmentant T_2, le monopoleur augmente ses recettes sans augmenter ses coûts et, en outre, relâche sa contrainte (5). Il va donc augmenter T_2 jusqu'à ce que la contrainte (6) soit satisfaite à égalité. On aura donc:

$$T_2 = 2[\ln(1+q_2) - \ln(1+q_1)] + T_1 \quad (7)$$

Remarquons par ailleurs que la contrainte (5) peut s'écrire:

$$T_2 - T_1 \geq \ln(1+q_2) - \ln(1+q_1)$$

Cette contrainte sera donc satisfaite avec une inégalité stricte si l'égalité (7) est valide si et seulement si $q_2 > q_1$ (sachant que $2[\ln(1+q_2) - \ln(1+q_1)] > \ln(1+q_2) - \ln(1+q_1)$ si et seulement si $q_2 > q_1$). Nous allons donc procéder en supposant que cette contrainte n'est pas contraignante et vérifier ensuite que les choix optimaux de quantité/qualité du monopoleur vérifient bien $q_2 > q_1$ (une plus grande quantité/qualité du bien est offerte aux consommateurs de type 2). Finalement, si on considère la contrainte (3), et en ignorant la contrainte (5), on remarque qu'en augmentant T_1, le monopoleur augmente ses profits et relâche la contrainte (6). Il va donc augmenter T_1 jusqu'à ce que la contrainte (3) soit satisfaite à l'égalité. Utilisant ce fait, on peut donc écrire:

$$T_1 = \ln(1+q_1) \quad (8)$$

ce qui, substitué dans (7) donne:

$$T_2 = 2\ln(1+q_2) - \ln(1+q_1) \quad (9)$$

En substituant directement les deux contraintes satisfaites à égalité (8) et (9) dans la fonction objective du monopoleur, on peut donc décrire le choix optimal des quantités q_1^* et q_2^* offertes aux deux types de consommateur par le programme suivant:

$$\max_{q_1,q_2} 100(\ln(1+q_1) - q_1) + 50(2\ln(1+q_2) - \ln(1+q_1) - q_2)$$

Si elles sont positives, les quantités q_1^* et q_2^* doivent vérifier les conditions de 1er ordre:

$$\begin{aligned}
100[\frac{1}{1+q_1^*} - 1] - \frac{50}{1+q_1^*} &= 0\\
&\Longleftrightarrow\\
q_1^* &= -1/2
\end{aligned}$$

ce qui est évidemment incompatible avec la positivité de q_1^*. Le monopoleur offre donc une qualité/quantité nulle aux consommateurs de type 1 (et ne les fait évidemment pas payer). et ne sert que les consommateurs de type 2. La condition de premier ordre que vérifie la quantité/qualité offerte aux consommateurs de type 2 est:

$$\begin{aligned} 100\frac{1}{1+q_2^*} - 50 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ q_2^* &= 1 \end{aligned}$$

Les consommateurs de type 2 se voient donc offrir une quantité/qualité $q_2^* = 1$ du bien et doivent payer un tarif T_2^* défini (d'après (9)), par:

$$\begin{aligned} T_2^* &= 2\ln(1+q_2^*) - \ln(1+q_1^*) \\ &= 2\ln 2 - \ln 1 \\ &= 2\ln 2 \end{aligned}$$

Puisque $q_2^* = 1 > 0 = q_1^*$, la contrainte (5) se trouve effectivement à être satisfaite avec une inégalité stricte. Il n'est pas rare dans la pratique qu'un monopoleur qui peut discriminer par les prix choisisse de ne pas fournir de bien aux consommateurs dont la disposition à payer pour le bien est trop faible.

Question 3 Une entreprise en monopole vend sur deux marchés. La fonction de demande pour le produit vendu par le monopoleur est de $q_1 = a_1 - b_1 p_1$ sur le marché 1 et de $q_2 = a_2 - b_2 p_2$ sur le marché 2 où a_j et b_j (pour $j = 1, 2$) sont des nombres strictement positifs. Ce monopoleur a un coût marginal de production nul. Le monopoleur doit vendre toutes les unités sur un même marché au même prix mais est libre de vendre les quantités sur les deux marchés à des prix différents.

(a) Quelles conditions doivent satisfaire les nombres (a_1, b_1, a_2, b_2) pour que le monopoleur choisisse de ne pas faire de discrimination et de traiter les deux marchés de la même manière. ?

Réponse:

Comme dans la question 1d) le monopoleur qui pratique la discrimination par les prix du troisième degré choisit les quantités y_1 et y_2 et les prix $p_1 = \frac{a_1}{b_1} - y_1/b_1$ et $p_2 = \frac{a_2}{b_2} - y_2/b_2$ de manière à résoudre le programme suivant

$$\max_{y_1,y_2}\left(\frac{a_1}{b_1} - \frac{y_1}{b_1}\right)y_1 + \left(\frac{a_2}{b_2} - \frac{y_2}{b_2}\right)y_2$$

Les conditions de premier ordre que satisfont nécessairement des solutions **intérieures** y_1^* et y_2^* à ce programme sont, pour le premier marché:

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{b_1} - \frac{2y_1^*}{b_1} &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ y_1^* &= \frac{a_1}{2} \end{aligned}$$

et,pour le second marché:

$$\begin{aligned} \frac{a_2}{b_2} - \frac{2y_2^*}{b_2} &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ y_2^* &= \frac{a_2}{2} \end{aligned}$$

En vendant ses quantités, le monopoleur exigerait, sur les deux marchés, des prix $p_1^* = \frac{a_1}{b_1} - \frac{y_1^*}{b_1} = \frac{a_1}{2b_1}$ et $p_2^* = \frac{a_2}{b_2} - \frac{y_2^*}{b_2} = \frac{a_2}{2b_2}$. Ces prix seront différents si et seulement si $\frac{a_2}{b_2} \neq \frac{a_1}{b_1}$.

(b) Même question en supposant que le monopoleur a un coût marginal de $c > 0$ et en supposant que les demandes sur les deux marchés sont $q_j = a_j p_j^{-b_j}$ pour $j = 1, 2$.

Réponse:

Comme dans la question précédente, le monopoleur qui pratique la discrimination par les prix du troisième degré choisit les quantités y_1 et y_2 et les prix $p_1 = (\frac{a_1}{y_1})^{1/b_1}$ et $p_2 = (\frac{a_2}{y_2})^{1/b_2}$ de manière à résoudre le programme suivant:

$$\max_{y_1, y_2} a_1^{1/b_1} y_1^{\frac{b_1-1}{b_1}} + a_2^{1/b_2} y_2^{\frac{b_2-1}{b_2}} - cy_1 - cy_2$$

Les conditions de premier ordre que satisfont nécessairement des solutions **intérieures** y_1^* et y_2^* à ce programme sont, pour le premier marché:

$$\begin{aligned} \frac{(b_1-1)a_1^{1/b_1}}{b_1 y_1^{*1/b_1}} - c &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ y_1^* &= \frac{(b_1-1)^{b_1} a_1}{b_1^{b_1} c^{b_1}} \end{aligned}$$

et,pour le second marché:

$$\begin{aligned} \frac{(b_2-1)a_2^{1/b_2}}{b_2 y_2^{*1/b_2}} - c &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ y_2^* &= \frac{(b_2-1)^{b_2} a_2}{b_2^{b_2} c^{b_2}} \end{aligned}$$

En vendant ces quantités, le monopoleur exigerait, sur les deux marchés, des prix $p_1^* = (\frac{a_1}{y_1^*})^{1/b_1} = \frac{b_1 c}{b_1 - 1}$ et $p_2^* = (\frac{a_2}{y_2^*})^{1/b_2} = \frac{b_2 c}{b_2 - 1}$. Ces prix seront donc différents si et seulement $b_1 \neq b_2$.

Question 4 Supposons que la technogie de production de bigoudis soit représentée par la fonction de coûts

$$C(y) = y$$

(la demande de bigoudis étant comme la demande de coupe de cheveux du problème 1) (**L'énoncé originel du problème était erronée!!)**

(a) Trouver la quantité et le prix choisi par une entreprise placée en position de monopole

Réponse:

Le monopole choisit le prix de ses bigoudis de manière à résoudre le programme suivant:

$$\max_p (25-5p)p - 25 + 5p$$

La condition de premier ordre que doit nécessairement satisfaire le prix de monopole p^M qui résout ce programme est:

$$\begin{array}{rcl} 25 - 10p^M + 5 & = & 0 \\ & \Leftrightarrow & \\ p^M & = & 3 \end{array}$$

Le monopole va donc exiger un prix de 3 unités de monnaie par paquet de bigoudi et vendre 10 unités de bigoudis. Il réalisera des profits de 20 unités de monnaie.

(b) Trouver la quantité et le prix qui seraient observés à l'équilibre de long terme de concurrence parfaite.

Réponse:

Le prix doit être égal au coût marginal qui doit lui-même être égal au coût moyen. Cette dernière condition est évidemment satisfaite ici puisque le coût marginal (constant) est partout égal au coût moyen. Le prix de concurrence parfaite doit donc être de 1. Pour que ce prix soit supporté par la demande, il faut que 20 unités du biens soient vendues sur le marché. Remarquons que si le prix est 1, une firme en concurrence parfaite est indifférente entre tous ses niveaux non négatifs de production. Le nombre de firmes qui seront actives à l'équilibre de long terme de concurrence parfaite dans ce problème est donc totalement indéterminé.

(c) A partir de la situation de monopole étudiée en (a), supposons que l'entrée soit possible et qu'une autre firme décide d'entrer sur le marché (en adoptant la même technologie que la firme en place). Déterminer le niveau de production et le prix qui s'établira à l'équilibre de Cournot du duopole ainsi créé.

Réponse: Déterminons d'abord comment le choix optimal d'une capacité de production par une firme dépend du choix fait par l'autre firme lorsque les deux firmes anticipent une concurrence en prix après l'installation de leurs capacités. Nous avons vu en classe que, dans le cas de firmes ayant choisi d'installer des capacités de production q_1 et q_2, l'équilibre de Nash du jeu de concurrence en prix qui suivra consistera pour les deux firmes à demander le prix $p = 5 - \frac{(q_1+q_2)}{5}$. Fixons à $\overline{q}_j$ la capacité installée par la firme j et déterminons ce que serait, de la part de la firme $i \neq j$, le choix de capacité $q_i^*(\overline{q}_j)$ qui soit la **meilleure réponse** à $\overline{q}_j$. Cette capacité $q_i^*(\overline{q}_j)$ est une solution du programme:

$$\max_{q_i}(5 - \frac{(q_i + \overline{q}_j)}{5})q_i - q_i$$

et, si elle est positive, vérifie, de ce fait, la condition de premier ordre:

$$\begin{aligned} 5 - \frac{\overline{q}_j}{5} - \frac{2q_i^*(\overline{q}_j)}{5} - 1 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ q_i^*(\overline{q}_j) &= 10 - \frac{\overline{q}_j}{5} \end{aligned} \tag{10}$$

Trouvons maintenant les capacités q_1^* et q_2^* qui constituent un équilibre de Nash du jeu de choix des capacités et qui sont, pour cette raison, et pour chaque firme, des meilleures réponses au choix de l'autre. De ce fait, et partant de (10), nous voyons que q_1^* et q_2^* doivent simultanément vérifier:

$$q_2^* = 10 - \frac{q_1^*}{5} \tag{11}$$

et

$$q_1^* = 10 - \frac{q_2^*}{5} \tag{12}$$

substituant (12) dans (11) nous obtenons:

$$\begin{aligned} q_2^* &= 10 - \frac{(10 - \frac{q_2^*}{5})}{5} \\ &\Leftrightarrow \\ q_2^* &= \frac{25}{3} \end{aligned}$$

et, en resubstituant dans (12) (ou par symmétrie) $q_1^* = \frac{25}{3}$. Les deux oligopoleurs mettront donc sur le marché des capacités totales de 50/3 qu'ils écouleront au prix de $5 - \frac{50}{15} = \frac{5}{3}$. Remarquons que ce prix est supérieur au prix de concurrence parfaite (de 1) mais inférieur au prix de monopole (de 3).

(d) Comparer le résultat de (c) avec l'organisation de l'industrie en cartel (avec un partage égalitaire des profits joints). Montrer que chaque entreprise a intérêt à dévier du cartel

Réponse:

Si elles forment un cartel et se partagent également les profits joints, les deux firmes vont se comporter exactement comme le monopole de la question 3 (en se répartissant entre elles de manière arbitraire l'effort de production, qui se vendra au prix de 3). Rappelons que si le prix est de 3, la quantité totale qui est vendue sur le marché (produite par les deux firmes) est de 10. Si l'entreprise j produit $\overline{q}_j$, l'entreprise i doit produire $q_i = 10 - \overline{q}_j$ si l'on veut que le prix reste à 3 (et donc que la quantité totale vendue reste à 10). Mais comme on l'a vu dans la sous-question (d) (équation (10)), la firme i, si elle anticipe un ajustement des prix par le marché afin de permettre à celui-ci d'écouler la production, a intérêt à produire $10 - \frac{\overline{q}_j}{5} > 10 - \overline{q}_j$ si elle anticipe de la firme j une production de $\overline{q}_j$. La firme i a donc intérêt à produire plus que ce que lui demande la discipline de cartel. Le raisonnement, il convient de le remarquer, est valable quelque soit l'accord de production des deux firmes. Aucune des entreprises n'a d'intérêt individuel à respecter cet accord de production, étant donné ce que fait l'autre. Un cartel n'est donc pas stable.

Question 5 (vrai ou faux ? justifier): Lorsqu'une industrie fait l'objet de rendements d'échelles croissants, il est préférable d'organiser cette industrie sur le mode concurrentiel plutôt que sur le mode monopoliste.

Réponse: C'est faux, car tant que les rendements d'échelle sont croissants, les coûts moyens sont décroisssants et toute entreprise en concurrence parfaite qui considère le prix comme une donnée est incité à augmenter sa production. Si ses rendements sont partout croissant, elle augmentera sa production jusqu'à ce que celle-ci épuise la capacité d'absorbtion du marché. L'entreprise a donc intérêt à grossir et il est socialement optimal que l'entreprise qui faisant l'objet de rendements d'échelle croissant grossisse car en grossissant, le coût moyen diminue. Une entreprise qui fait l'objet de rendements d'échelle croissants est ce qu'on appelle un monopole naturel qui ne laisse pas de place à de la concurrence. Il faudra en revanche essayer de réguler ce monopole naturel.

Question 6 (vrai ou faux ? justifier) Si un gouvernement décidait de taxer le bien produit par un monopole pour l'inciter à se comporter comme une entreprise en concurrence parfaite, il devrait subventionner le prix de monopole.

Réponse: Vrai. Supposons que le gouvernement impose une taxe de t sur chaque unité vendue par le monopoleur et que cette taxe incite le monopoleur à produire une quantité qui égalise son coût marginal au prix (TTC) payé par le consommateur. Le monopoleur résoudrait alors:

$$\max_p pQ_d(p+t) - C(Q_d(p+t))$$

où $Q_d(\pi)$ est la quantité demandée de produit au prix TTC de π et $C(q)$ est le coût minimum pour le monopoleur de produire q unités du bien. Le prix hors taxe p^M du monopoleur vérifie la condition de premier ordre:

$$\begin{array}{rcl} p^M \dfrac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi} + Q_d(p+t) - \dfrac{\partial C(Q_d(p^M+t))}{\partial q} \dfrac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi} & = & 0 \\ & \Leftrightarrow & \\ Q_d(p+t) - t\dfrac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi} + \dfrac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi}(p^M + t - \dfrac{\partial C(Q_d(p^M+t))}{\partial q}) & = & 0 \end{array}$$

Puisque une entreprise de concurrence parfaite va produire à un niveau de production où le coût marginal ($\frac{\partial C(Q_d(p^M+t))}{\partial q}$) coincide avec le prix TTC $p^M + t$

payé par le consommateur, il faut donc choisir t de manière à ce que

$$\begin{aligned} Q_d(p+t) - t\frac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi} &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ t &= \frac{Q_d(p+t)}{\frac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi}} < 0 \end{aligned}$$

puisque $\frac{\partial Q_d(p^M+t)}{\partial \pi} < 0$. Le gouvernement va donc choisir de subventionner l'achat du bien pour encourager le monopole à se comporter comme une firme en concurrence parfaite. Ce résultat peut paraître contre-intuitif. Mais il s'explique simplement. L'inneffficacité du monopole par rapport à une firme opérant en concurrence parfaite vient du fait que le monopole produit trop peu de bien en augmentant indument son prix. Si on subventionne le prix du bien, on encouragera l'achat et on incitera le monopoleur à produire plus. Il faut bien sur se demander d'où viendront les ressources fiscales nécessaires à la subvention.

Question 7. Considérons un monopole confronté à une demande donnée par $Q = 30 - P/4$ et doté d'une technologie de production représentée par la fonction de coût $C(Q) = 5Q$. Le pays où opère ce monopole applique une taxe de 25% sur les ventes de tous les produits. Cela signifie que pour chaque unité vendue par le monopole, celui-ci doit verser à l'état 25% du prix auquel il vend cette unité. Calculer le prix (hors taxe) et la quantité que choisirait le monopole dans ce cas et déterminer ses profits. Quel montant de taxe le monopoleur verse t-il à l'Etat ? Supposons maintenant que le taux de la taxe passe à 50%. Que sera alors le prix hors taxe et la quantité que choisira de vendre le monopole ? Combien de profits réalisera le monopole et quel montant de taxe versera-t-il à l'Etat ? Qui, d'après vous, a supporté l'essentiel de l'accroisssement de la taxe? Que suggère cet exemple sur l'intérêt qu'il peut y avoir à taxer les produits vendus sur des marchés où opèrent des monopoles?

Réponse: Si l'on définit P comme étant le prix ttc, et t, le taux de taxe, le programme que résout le monopole est:

$$\max_P (30 - P/4)(1-t)P - 5(30 - P/4)$$

Le prix TTC choisi par le monopole, que nous noterons $P^*(t)$, doit satisfaire la condition de 1er ordre:

$$\begin{aligned} 30(1-t) - 2P^*(t)/4)(1-t) - \frac{5}{4} &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ P^*(t) &= 60 - \frac{5}{2(1-t)} \end{aligned}$$

si $t = 0,25$, on trouve alors que $P^*(0,25) = \frac{170}{3}$. A ce prix, le monopoleur vend $30 - \frac{170}{12} = \frac{95}{6}$ unités. Il réalise des profits de $\frac{85}{2} \times \frac{95}{6} - \frac{475}{6} = 593,75$ unités de monnaie, et verse $\frac{1}{4} \times \frac{170}{3} \times \frac{95}{6} = 224.31$ unités de monnaie de recettes fiscales à l'Etat. Si le taux de taxe passe à 50%, le prix chargé par le monopoleur devient $P^*(0,5) = 55$ (à peine inférieur à 170/3). Le monopoleur vendra alors $\frac{120-55}{4} = 16.25$ unités de bien et fera des profits de $\frac{65}{4} \times \frac{165}{4} - \frac{5\times 65}{4} = 589,06$ (presque aussi élevés que ceux réalisés avec un taux de taxe de 25%). C'est donc le consommateur qui supporte l'essentiel de l'accroissement du fardeau fiscal que lui repasse le monopoleur. Cet exemple montre bien qu'il n'est pas une bonne idée de taxer les entreprises en monopole. Comme nous l'avons vu dans la question précédente, une politique optimale de taxation d'un monopole devrait conduire à le subventionner.

Question 8 (vrai ou faux ? Justifier). La plupart des produits sont vendus sur des marchés opérant en monopole.

Réponse: Vrai. La plupart des produits vendus ont une caractéristique qui les rend, aux yeux des consommateurs, partiellement irremplaçable et non-substituable par d'autres produits. Les producteurs de ces produits consacrent d'ailleurs des ressources financières conséquentes pour accentuer cette différentiation et faire en sorte que les consommateurs se convainquent des différences entre les marques. Une Renault Clio n'est pas un substitut parfait à une Peugeot 207, un bordeaux supérieur 1999 n'est pas un substitut parfait au Croze Hermitage 2003, etc. La demande à laquelle est confrontée toute entreprise n'est donc jamais parfaitement élastique au prix, et la plupart des entreprises ont donc une marge de manoeuvre pour fixer leur prix au dessus du coût marginal. En revanche, cette marge de manoeuvre est, dans beaucoup de secteurs, assez limitée car, si aucun produit n'a de subsitut parfait, beaucoup d'entre eux ont beaucoup de substituts plus ou moins imparfaits.