Deug II, Corrigé de l'épreuve de contrôle continu en Microéconomie

Nicolas Gravel, Université de la Méditerranée

mercredi 4 décembre 2002

Directives pédagogiques:

Cette épreuve, d'une durée d'une heure trente, se compose de 8 questions dites "à choix multiples" et de deux exercices. La contribution de chacune des composantes de l'épreuve à la note finale est indiquée ci-dessous. On répond à chaque question à choix multiples en portant sur la feuille d'examen l'**unique** lettre correspondant à l'**unique** énoncé qui paraît le mieux répondre à la question posée. Bonne chance!

Questions à choix multiples (1,5 points par question)

Question 1: Lequel des énoncés suivant est **faux ?**

(a) Si la technologie d'une entreprise est représentée par une fonction de production $f(x_1, x_2) = \min(2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2)$, alors cette technologie fait l'objet de rendements d'échelle constants.

(b) Si la technologie d'une entreprise est représentée par une fonction de production $f(x_1, x_2) = x_1 + \min(x_1, x_2)$, alors cette technologie fait l'objet de rendements d'échelle constants.

(c) Si une technologie fait l'objet de rendements d'échelle constants, alors doubler le niveau d'utilisation de n'importe quel input va conduire au doublement de l'output produit.

(d) La technologie décrite par la fonction de production $f(x_1, x_2) = 10 - \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$ fait l'objet de rendements d'échelle constants lorsque les inputs sont utilisés aux niveaux $(x_1, x_2) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$.

(e) Une entreprise à but lucratif dotée d'une technologie faisant l'objet de rendements d'échelles constants et qui décide de produire fait forcément des profits économiques nuls.

Question 2. Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) L'énoncé "il y a une chance sur deux que l'équipe de France gagne la prochaine coupe du monde de football" est réfutable au sens de Popper.

(b) Le critère de réfutabilité de Popper affirme qu'une proposition qui n'a pas été vérifiée empiriquement n'est pas scientifique.

(c) Le critère de réfutabilité de Popper affirme qu'une proposition qui a été invalidée par une réfutation empirique n'est pas scientifique.

(d) Le critère de réfutabilité de Popper affirme qu'une proposition qui ne peut pas être réfutée par l'expérience ou la vérification empirique n'est pas scientifique.

(e) Aucune des précédentes.

Question 3: Une entreprise à but lucratif qui maximise ses profits dispose d'une technologie représentée par la fonction de production $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{2}}$. Nous pouvons en déduire que:

(a) La fonction de profit de l'entreprise est $\pi(p_y, p_1, p_2) = \frac{p_y^4}{8p_1 p_2^2}$.

(b) La fonction de profit de l'entreprise est $\pi(p_y, p_1, p_2) = \frac{p_y^4}{8p_1^2 p_2}$.

(c) La fonction de profit de l'entreprise est $\pi(p_y, p_1, p_2) = \frac{p_y^4}{16p_1 p_2^2}$.

(d) La fonction de profit de l'entreprise est $\pi(p_y, p_1, p_2) = \frac{p_y^4}{16p_1^2 p_2}$.

(e) Aucune des précédentes.

Question 4: Albertine gère une usine de fabrication de robes. Elle produit 50 robes par jour, en utilisant du travail et de l'électricité. Ce niveau d'output, ainsi que le choix de l'activité productive qui permet de l'atteindre, résulte d'une maximisation de profit. Elle peut employer toute la main d'oeuvre qu'elle désire à un coûts de 20 centimes d'euros par minute. Elle peut également utiliser toute l'électricité qu'elle désire en payant 10 centime d'euros par kilowatt/minute. Elle utilise les deux inputs en quantité positive et les courbes isoquantes qui représentent sa technologies sont dérivables partout. Nous pouvons déduire de ces informations que:

(a) Le produit marginal d'un kilowatt minute d'électricité est deux fois plus élevé que le produit marginal d'une minute de travail.

(b) Le produit marginal d'une minute de travail est deux fois plus élevé que le produit marginal d'un kilowatt minute d'électricité.

(c) Les produits marginaux des deux facteurs sont égaux.

(d) On ne dispose pas d'une information suffisante pour déterminer les rapports des produits marginaux.

(e) La somme des produits marginaux des deux facteurs doit égaler $\frac{50}{20+10}$.

Question 5. Une entreprise concurrentielle utilise trois facteurs de production pour produire un output selon une technologie décrite par la fonction de production $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^{\frac{1}{2}} x_3^{\frac{1}{2}}$. Les prix des facteurs sont initialement de $p_1 = 1$, $p_2 = 2$ et $p_3 = 3$. Si le prix du facteur 2 double et que le prix de chaque autre facteur reste inchangé, nous pouvons en déduire que le coût de production que supportera la firme qui maximise ses profits:

(a) doublera.

(b) aumentera de plus de 10% mais de moins que 50%.

(c) augmentera de 50%.

(d) augmentera de plus de 50% mais ne doublera pas.

(e) restera le même.

Question 6. Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Si une technologie admet des rendements d'échelle partout croissants, il existe au moins un facteur de production pour lequel la "loi des rendements décroissants" n'st pas vérifiée.

(b) Si une technologie a des ensembles d'input requis à la production de tout niveau d'output qui sont convexes, la fonction de production qui représente cette technologie est forcément concave.

(c) Si une technologie satisfait la "loi des rendements décroissants" par rapport à tout facteur de production, cette technologie implique forcément que l'ensemble des inputs requis pour la production de tout niveau d'output soit convexe.

(d) Si les isoquantes associées à une technologie sont des droites, alors la technologie fait l'objet de rendements d'échelle constants.

(e) Aucune des précédentes.

Question 7 Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Les profits comptables sont toujours plus faibles que les profits économiques.

(b) Le fait qu'un boulanger qui, comme propriétaire de la boulangerie dans lequel il travaille à temps plein, réalise dans le long terme des profits comptables de 15 000 euros annuels alors qu'il pourrait gagner 18 000 euros en travaillant comme boulanger salarié chez Carefour est compatible avec un comportement de maximisation de profits économiques.

(c) Il est impossible qu'une entreprise qui fasse partout l'objet de rendements d'échelle croissants puisse avoir dans le long terme un comportement de maximisation des profits en considérant les prix comme des données.

(d) Le taux marginal de substitution technique entre deux facteurs est toujours, en valeur absolue, croissant le long d'une isoquante si la technologie est représentée par une fonction de production quasi-concave.

(e) Aucune des précédentes.

Question 8 Une entreprise qui emploie deux facteurs de production a une technologie de long terme représentée par la fonction de production $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{2}{3}} + x_1 x_2^{\frac{1}{2}}$. Nous pouvons déduire de cette information que:

(a) La fonction de production n'est pas concave mais satisfait la loi des rendements décroissants et les ensembles d'inputs requis à la production de tout niveau d'output sont convexes.

(b) La fonction de production est concave, satisfait la loi des rendements décroissants et les ensembles d'inputs requis à la production de tout niveau d'output sont convexes.

(c) La fonction de production n'est pas concave mais satisfait la loi des rendements décroissants et les ensembles d'inputs requis à la production de tout niveau d'output ne sont pas convexes.

(d) La fonction de production n'est pas concave, ne satisfait pas la loi des rendements décroissants et les ensembles d'inputs requis à la production de tout niveau d'output ne sont pas convexes.

(e) Aucune des précédentes.

Exercices (8 points)

Exercice 1 (4 points) Une entreprise produit des trous au moyen de pelles mécaniques et de travailleurs. Si l'on note x_1 la quantité de pelles mécaniques utilisées par heure et x_2 le nombre de travailleurs par heure, on sait que la quantité maximale y de trous que peut produire l'entreprise par heure est donnée par

$$y = \sqrt[2]{\min(2x_1, x_2)}$$

(a) Tracer un ensemble d'inputs requis représentatif pour cette technologie et commenter le type de relation qu'elle rèvèle entre le travail et les pelles mécaniques. (1 point)

Réponse: Voici le dessin:

Les relations qui existent entre les deux facteurs sont des relations de complémentarités parfaite: Il faut deux travailleurs par pelle mécanique pour produire un trou par heure. Ajouter un travailleur n'augmente pas la production si le nombre de pelles mécaniques reste le même et ajouter une pelle mécanique n'augmente pas la production si le nombre de travailleurs reste le même

Barême: 3/4 point pour le dessin correct et 1/4 de point pour tout baratin qui ressemble à cela.

(b) Qualifier les rendements d'échelle dont cette technologie fait l'objet. (1/2 point)

Réponse: Si l'on multiplie le niveau d'emploi de chaque facteur par $t > 1$, on va augmenter la production maximale par $t^{\frac{1}{2}} \sqrt[2]{\min(2x_1, x_2)} < t \sqrt[2]{\min(2x_1, x_2)}$ (si $t > 1$). Les rendements d'échelle sont donc partout décroissants.

Barême: Ok. Etre impitoyable pour l'étudiant qui essaie de qualifier les rendements d'échelle au moyen du concept d'élasticité d'échelle qui ne s'applique évidemment pas ici puisque la fonction de production n'est pas dérivable.

(c) Déterminer les fonctions de demandes de facteurs de cette entreprise en fonction des prix. (1,5 points)

Réponse: Une entreprise qui maximise son profit ne gaspillera évidemment aucun facteur de production de sorte que les niveaux d'emploi des deux facteurs (x_1^*, x_2^*) qui maximisent les profits de la firme satisferont

$$x_2^* = 2x_1^*$$

La firme va donc choisir son niveau d'emploi du facteur 1 de manière à résoudre

$$\max_{x_1} p_y \sqrt[2]{2x_1} - (p_1 + 2p_2)x_1$$

la condition de premier ordre que doit nécessairement satisfaire une solution intérieure x_1^* à ce programme est

$$\frac{p_y}{(2x_1^*)^{\frac{1}{2}}} = (p_1 + 2p_2) \Leftrightarrow x_1^* = \frac{p_y^2}{2(p_1 + 2p_2)^2}$$

d'où on tire que $x_2^* = 2x_1^* = \frac{p_y^2}{(p_1+2p_2)^2}$

Barême: évident. Aucun point sans justification.

(d) Déterminer la fonction de profit de cette entreprise. (1 point)

Réponse:

$$\begin{aligned} \pi(p_y, p_1, p_2) &= p_y \sqrt[2]{2x_1^*} - (p_1 + 2p_2)x_1^* \\ &= \frac{p_y^2}{2(p_1 + 2p_2)} \end{aligned}$$

Barême: Tout aussi évident que pour (d). Pas de point sans justification.

Exercice 2 (4 points) La fonction $\pi : \mathbb{R}^2_{++} \to \mathbb{R}_+$ définie par

$$\pi(p_y, p_1) = \frac{p_y^2}{p_1}$$

pourrait-t'elle être une fonction de profit d'une entreprise concurrentielle qui produirait un output au moyen d'un seul input ? Si oui, justifier et déterminer les fonctions d'offre de produit et de demande de facteur de cette firme. Si non, dites pourquoi.

Réponse: Oui!. La fonction est en effet continue (les étudiants peuvent omettre de parler de cette propriété). Elle est également monotone croissante par rapport au prix de l'output et monotone décroissante par rapport au prix de l'input (les étudiants devraient, idéalement, montrer qu'ils ont bien vu que tel était le cas). (1 point)

Elle est, en outre homogène de degré 1 ($\pi(tp_y, tp_1) = \frac{(tp_y)^2}{tp_1} = \frac{t^2 p_y^2}{tp_1} = t\frac{p_y^2}{p_1} = t\pi(p_y, p_1)$ quels que soient t, p_1 et $p_y \in \mathbb{R}_{++}$) (1 point)

Elle est convexe car:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi(.)}{\partial^2 p_y} &= \frac{2}{p_1} \geq 0 \\ \frac{\partial^2 \pi(.)}{\partial^2 p_1} &= \frac{2p_y^2}{p_1^3} \geq 0 \text{ et} \\ \frac{\partial^2 \pi(.)}{\partial^2 p_y}\frac{\partial^2 \pi(.)}{\partial^2 p_1} - (\frac{\partial^2 \pi(.)}{\partial p_1 \partial p_y})^2 &= \frac{4p_y^2}{p_1^4} - (\frac{-2p_y}{p_1^2})^2 \geq 0 \end{aligned}$$

(1 point pour cette démonstration ou celle, improbable, de la convexité de la fonction par d'autres moyens).

On obtient donc la demande de facteur et l'offre de produit par le lemme d'Hotelling:

$$\begin{aligned} y^*(\overline{p}_y, \overline{p}_1) &= \frac{\partial \pi(\overline{p}_y, \overline{p}_1)}{\partial p_y} = \frac{2p_y}{p_1} \text{ et} \\ x_1^*(\overline{p}_y, \overline{p}_1) &= \frac{-\partial \pi(\overline{p}_y, \overline{p}_1)}{\partial p_1} = \frac{p_y^2}{p_1^2} \end{aligned}$$

(1 point)