Corrigé de l'Examen final de Microéconomie

Université de la Méditerranée, 2ème semestre 2002-2003

Le 23 mai 2003

Enseignant responsable: Nicolas Gravel

Directives pédagogiques: Cette épreuve, de 4 pages, comporte dix questions à choix multiples et de cinq questions à développement. Chaque question à choix multiple vaut un point. La pondération donnée aux questions à développement est comme indiqué ci-dessous. Lisez bien chaque question avant d'y répondre et gérez votre temps de manière efficace. On vous suggère de commencer à répondre aux questions qui vous paraissent de prime abord plus facile. Bonne chance.

Question 1: Les préférences de Gontran pour la saucisse sèche (le bien 1) et le sirop d'érable (le bien 2), chacun pouvant être consommé en n'importe quelle quantité non-négative, sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = (x_1^3 - x_2)^{\frac{1}{3}}$$

Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Gontran a des préférences localement non-saturables et faiblement convexes.

(b) Gontran a des préférences faiblement convexes mais non-localement non-saturables.

(c) Gontran a des préférences qui ne sont pas convexes (ni au sens fort ni au sens faible), ni localement non-saturables.

(d) Gontran a des préférences qui ne sont pas convexes (ni au sens fort ni au sens faible) mais qui sont localement non-saturables.

(e) Aucune des précédentes.

Question 2: Jacques, Jean-Pierre et Bernadette ont des préférences pour deux biens: Les chaussettes (le bien 1) et l'argent disponible à d'autres usages (le bien 2) qui peuvent chacun être consommés dans n'importe quelle quantité strictement positive. Ces préférences peuvent être respectivement représentées par les fonctions d'utilité $U^J(x_1, x_2) = A - \frac{1}{\ln(x_1)+\ln(x_2)}$, $U^{JP}(x_1, x_2) = x_1^{100} x_2^{100}$et

$$U^B(x_1, x_2) = \frac{1}{a^{\ln(x_1)+\ln(x_2)}} \text{ } (avec\ a > 1)$$

Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Les trois individus ont les mêmes préférences.

(b) Les trois individus ont les mêmes courbes d'indifférence mais seulement Jacques et Bernadette ont les mêmes préférences.

(c) Les trois individus ont les mêmes courbes d'indifférence mais seulement Jacques et Jean-Pierre ont les mêmes préférences.

(d) Les trois individus ont les mêmes courbes d'indifférence mais seulement Bernadette et Jean-Pierre ont les mêmes préférences.

(e) Aucune des précédentes

Question 3: Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) La théorie du consommateur n'est pas réfutable au sens de Popper

(b) Des préférences définies sur l'ensemble $\mathbb{R}_+^l$ qui sont réflexives, transitives et complètes peuvent toujours être représentées par des fonctions d'utilité.

(c) Des préférences continues sont nécessairement localement non-saturables.

(d) Des préférences convexes sont forcément continues..

(e) Aucune des précédentes.

Question 4: Laquelle des affirmations suivantes est **fausse** ?

(a) Le revenu potentiel est le revenu maximum que gagnerait un individu qui consacrerait tout son temps disponible au travail.

(b) Si des préférences sont lexicographiques, elles ne sont pas continues mais elles sont transitives, complètes et réflexives.

(c) Si la correspondance de demande Marshallienne pour un bien est, en fait, une fonction, cela signifie qu'il n'y a qu'un seul panier qui résout le programme de maximisation du consommateur.

(d) Si des préférences sont strictement monotones croissantes et sont représentées par une fonction d'utilité dérivable, alors, quelque soit le panier de référence et la paire de bien i et j que l'on se donne, il existe une fonction implicite qui associe à toute quantité de bien j la quantité de bien i qu'il faut donner au consommateur pour lui permettre d'atteindre le niveau d'utilité correspondant au panier de référence considéré.

(e) Des préférences localement non-saturables et continues sont forcément monotones croissantes au sens faible.

Question 5: Laquelle des affirmations suivantes est **fausse** ?

(a) Si Jennifer a des préférences pour le loisir et la consommation qui sont représentées par la fonction d'utilité $U(L, C) = L^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}$, alors, si elle ne dispose d'aucune autre source de revenu que le travail rémunéré, une augmentation du salaire horaire ne modifiera pas le nombre d'heures qu'elle souhaite travailler.

(b) Un doublement du prix de chacun des biens et une division par deux de la richesse d'un consommateur aura le même effet sur le comportement de ce consommateur qu'une division par quatre de sa richesse sans modification de prix.

(c) Si les préférences ne sont pas transitives, elles ne peuvent pas être complètes puisque les préférences non-transitives admettent la possibilité qu'un panier appartiennent à plusieurs courbes d'indifférence distinctes.

(d) Des préférences qui ne sont pas transitives ne peuvent pas être représentées par une fonction d'utilité.

(e) Dans une théorie ordinale des préférences et de l'utilité, et si l'on fait exception du signe, le concept d'utilité marginale ne transmet aucune information

Question 6 Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

a) La fonction d'utilité de Barbarella est $U(x_1, x_2) = Max\ [x_1, x_2]$. Si le prix des deux biens sont égaux, Barbarella consommera une quantité égale de ces deux biens.

b) Les préférences de Wladimir sont représentées par la fonction d'utilité $U(x_1, x_2) = Min\ [x_1 + 2x_2, x_2 + 2x_1]$. Il maximise cette fonction d'utilité sous une contrainte budgétaire. Si il consomme le panier $(5, 6)$, on en déduit que le prix du bien 1 est le double du prix du bien 2.

c) La fonction d'utilité de Jacques est $U^J(x_1, x_2) = x_1^2x_2 + 2x_1$, celle de Lionel est $U^J(x_1, x_2) = x_1^2x_2$. Puisque l'on passe de $x_1^2x_2$ à $x_1^2x_2 + 2x_1$ par une fonction monotone croissante, on peut conclure que Jacques et Lionel ont les mêmes préférences.

d) Si la fonction d'utilité qui représente les préférences de Clarence est $U(x_1, x_2) = x_1x_2^{10}$, les préférences de Clarence ne sont pas convexes.

e) Des préférences représentées par la fonction d'utilité

$$\begin{aligned} U(x_1, x_2) &= x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} \ si \ x_1 < x_2 + 1 \\ &= (x_2+1)^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} \ si \ x_1 \geq x_2 + 1 \end{aligned}$$

ne sont pas continues.

Question 7 Loana souscrit à un abonnement téléphonique sur poste fixe qui coûte 10 euros par mois et qui lui permet d'effectuer autant d'appels locaux qu'elle désire sans coûts supplémentaire. Supposons que le bien 1 soit l'argent disponible à d'autre usage que les appels téléphonique locaux à partir d'un poste fixe et que le bien 2 représente les appels téléphoniques locaux à partir d'un poste fixe. On observe que lundi, Loana n'a effectué aucun appel téléphonique local sur poste fixe. A partir de cette information, on peut conclure que la pente m de sa courbe d'indifférence évaluée à sa décision de lundi satisfait:

(a) $m > 0$
(b) $m \leq 0$
(c) $m = 0$ **.**
(d) $m \geq 0$.
(e) $m < 0$.

Question 8 Yola ne consomme que des anchois et des ananas (en quantités positives ou nulles). Elle dispose d'une richesse de 100 euros. Le prix des anchois est de 0,5 euros et celui des ananas est d'un euro. En notant x, la quantité d'anchois et y la quantité d'ananas, les préférences de Yola sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x, y) = -\{(x-50)^2 + (y-40)^2\}$$

Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Si sa richesse augmente, Yola ne modifiera pas sa consommation d'anchois et d'ananas.

(b) Yola a des préférences localement non-saturables pour les anchois et les ananas.

(c) Yola doit être une fille très malheureuse car elle retire une utilité négative de toutes les combinaisons d'anchois et d'ananas qu'elle peut se procurer.

(d) Si le prix des anchois diminue, Yola augmentera sa consommation d'anchois.

(e) Plusieurs des énoncés précédents sont vrais.

Question 9 Antonella a des préférences pour deux biens (consommés en quantités positives ou nulles) représentées par $U^A(x_1, x_2) = 98x_1x_2$ tandis que les préférences d'Emmanuelle pour les mêmes biens sont représentées par la fonction d'utilité $U^B(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2$. Antonella consomme actuellement 24 unités de bien 1 et 4 unités de bien 2. Emmanuelle consomme pour sa part 5 unités de bien 1 et 24 unités de bien 2. Sur la base de cette information nous pouvons dire que:

(a) Antonella préfère le panier consommé par Emmanuelle au sien (i.e. Antonella envie Emmanuelle) mais Emmanuelle n'est pas envieuse du panier d'Antonella

(b) Emmanuelle envie le panier d'Antonella mais Antonella n'envie pas le panier d'Emmanuelle

(c) Les deux jeunes femmes s'envient mutuellement.

(d) Aucune des deux jeunes femmes n'est envieuse du panier de l'autre.

(e) On ne dispose pas d'une information suffisante pour savoir si l'une des deux jeunes femmes envie l'autre car Antonella et Emmanuelle n'ont pas les mêmes préférences.

Question 10 Ulysse a des préférences pour la bière (le bien 1) et les pistaches (le bien 2) représentées par la fonction d'utilité

$$\begin{aligned} U(x_1, x_2) &= \frac{x_1}{x_2} \ si \ x_2 > 0 \\ &= 0 \text{ autrement} \end{aligned}$$

laquelle des affirmations suivantes concernant des paniers contenant des quantités strictement positives de chaque bien est **vraie** ?

(a) Les courbes d'indifférence d'Ulysse sont des droites de pentes positives

(b) Les préférences d'Ulysse sont monotones croissantes.

(c) Les préférences d'Ulysse ne sont pas convexes (ni au sens fort, ni au sens faible).

(d) Les préférences d'Ulysse admettent un point de saturation globale

(e) Les courbes d'indifférences d'Ulysse sont des hyperboles rectangulaires.

Deuxième partie: Questions à développement

Question 11 (*2 points*) Isabella a les préférences suivantes pour les escarpins (le bien 1) et le caviar (le bien 2)

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2 \text{ et } \max\ (x_1, x_2) \geq \max\ (y_1, y_2)$$

Tracer un ensemble $FP(x_1, x_2)$ représentatif.

Solution: VOIR DESSIN, p. Suivante**.** Il faut absolument que le dessin fasse apparaître les deux courbes d'indifférences (celle associée à $x_1 + x_2 = cst$ et celle associée à max $(x_1, x_2) = cst$).

Question 12 (*1,5 points*) Dire, en le justifiant brièvement, si les préférences d'Isabella examinées dans la question précédente sont complètes, transitives et convexes (une justification géométrique est acceptable; une absence de justification ne l'est pas!)

Solution: Les préférences sont transitives. En effet supposons que (x_1, x_2), (y_1, y_2) et (z_1, z_2) soient trois paniers pour lesquels on ait $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ et $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$. Par définition de $\succeq$ on a donc

$$x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2 \text{ et } \max\ (x_1, x_2) \geq \max\ (y_1, y_2)$$

ainsi que

$$y_1 + y_2 \geq z_1 + z_2 \text{ et } \max\ (y_1, y_2) \geq \max\ (z_1, z_2)$$

Ces deux énoncés impliquent clairement, étant donnée la transitivité de la relation $\geq$ entre les nombres, que

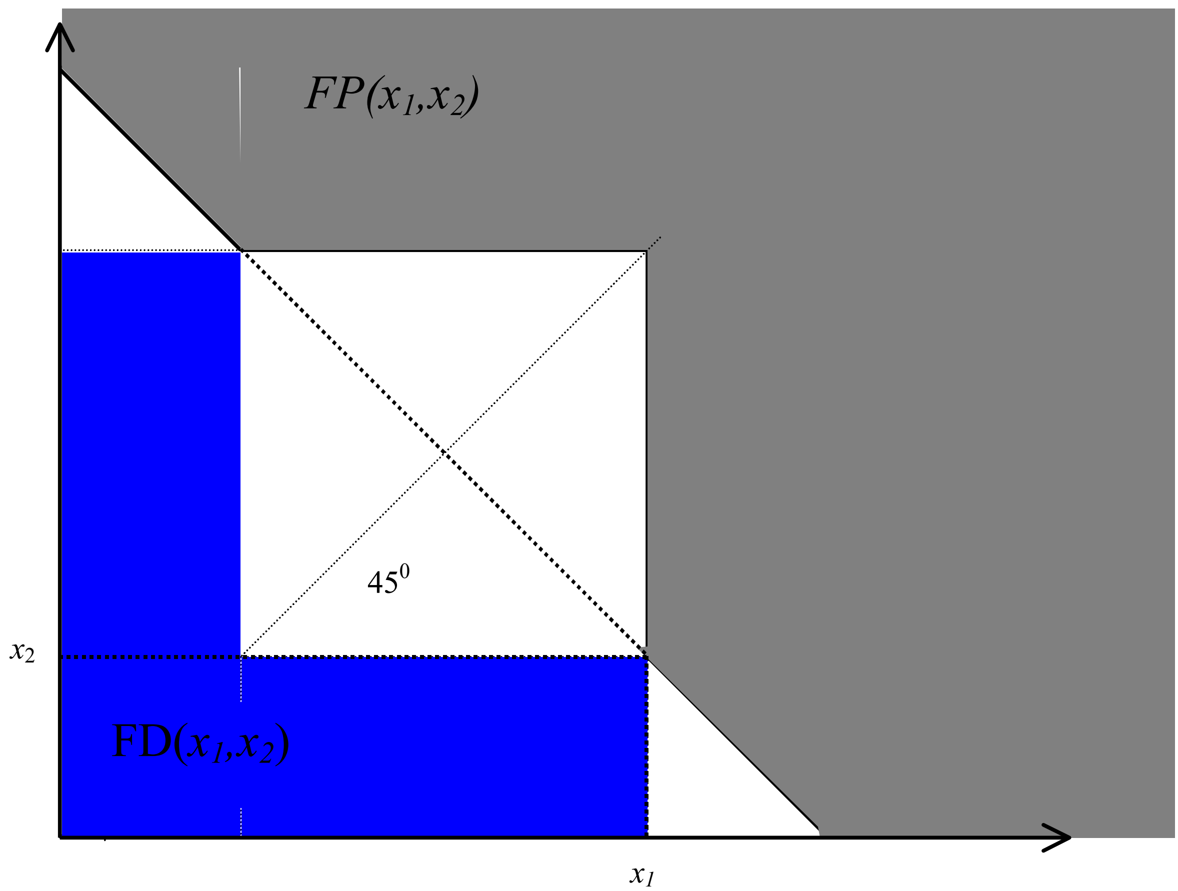
$$x_1 + x_2 \geq z_1 + z_2 \text{ et } \max\ (x_1, x_2) \geq \max\ (z_1, z_2)$$

et donc, que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ est vrai

Les préférences ne sont pas complète car, comme le montre la figure tracée à la question précédente, l'union des ensembles $FP_{\succeq}(x_1, x_2)$ et $FD_{\succeq}(x_1, x_2)$ n'est pas égal à $\mathbb{R}^2_+$

Les préférences ne sont pas convexes car, comme le montre également la figure, un segment de droite reliant deux points appartenant à $FP_{\succeq}(x_1, x_2)$ n'est pas nécessairement sous-ensemble de $FP_{\succeq}(x_1, x_2)$.

Barême:1/2 point par propriété justifiée. Aucun point sans justification. Tenir compte, pour chaque propriété, de réponses qui seraient basées sur une mauvaise figure, mais qui, en confirmité avec la figure, auraient correctement identifié si la propriété était ou non vérifiée. Ne mettre aucun point pour un seul énoncé des propriétés sans lien avec la figure tracée.



FP(x1,x2)
45⁰
x2
FD(x1,x2)
x1

Question 13 (*1,5 points*) Pourquoi peut-on dire que du point de vue de l'analyse microéconomique, une inflation pure est sans effet sur le comportement des consommateurs ?

Réponse: A cause de la propriété d'homogénéité de degré 0 de la contrainte budgétaire. Augmenter tous les prix et la richesse de 10% est sans effet sur l'ensemble des paniers disponibles au consommateur, et donc, sur ses choix rationnels.

Barême: Mettre 1,5 point à tout étudiant dont la réponse contient, *en substance*, l'énoncé de la propriété d'homogénéité de degré 0. Mettre 1/2 point à un étudiant qui baratinerait correctement sur l'inflation sans faire le lien avec cette propriété de la contrainte budgétaire. Mettre 0 dans tous les autres cas

Question 14 (*3 points*) Sylvester a des préférences pour le Pop Corn (le bien 1) et le Pepsi Cola (le bien 2) représentées par la fonction d'utilité $U(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$. Trouver les demandes marshalliennes de Pepsi-Cola et de Pop Corn de Sylvester.

Réponse: Après vérification de la convexité et du caractère localement non-saturable des préférences, on peut caractériser localement une solution du programme de maximisation résolu par les demandes Marshalliennes (notées $x_1^M(p_1, p_2, R)$, $x_2^M(p_1, p_2, R)$ par les égalités

$$TMS(x_1^M(.), x_2^M(.)) = \frac{\frac{\partial U(x_1^M(.), x_2^M(.))}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1^M(.), x_2^M(.))}{\partial x2}} = \frac{\frac{1}{x_1^M(.)^2}}{\frac{1}{x_2^M(.)^2}} = \frac{x_2^M(.)^2}{x_1^M(.)^2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{1}$$

et

$$p_1 x_1^M(.) + p_2 x_2^M(.) = R \tag{2}$$

Ecrivant l'équation (1) sous la forme

$$x_2^M(.) = (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1}{2}} x_1^M(.)$$

et en substituant dans (2) on obtient:

$$p_1 x_1^M(.) + p_2[(\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1}{2}} x_1^M(.)] = R$$

d'où on tire (après simplification)

$$x_1^M(p_1, p_2, R) = \frac{R}{p_1^{\frac{1}{2}}(p_1^{\frac{1}{2}} + p_2^{\frac{1}{2}})}$$

En resubstituant dans (1) (ou en exploitant la symmétrie des préférences par rapport aux deux biens qui implique évidemment la symmétrie des comportements optimaux de consommation), on obtient

$$x_2^M(p_1, p_2, R) = \frac{R}{p_2^{\frac{1}{2}}(p_1^{\frac{1}{2}} + p_2^{\frac{1}{2}})}$$

Barême: Mettre deux points pour l'énoncé des conditions de premier ordre (qui peut être fait soit directement, comme on l'a fait ici et en classe, mais en rappelant que la convexité et la non-saturation locale sont nécessaires, soit en écrivant le problème de maximisation de l'utilité sous contrainte et en dérivant les conditions de premier ordre en procédant par substitution directe ou par la méthode de Lagrange)). Rajouter 1 point pour la résolution correcte des deux conditions de premier ordre

Question 15 (*2 points*) Crocodile Dundee a des préférences pour les hamburgers (le bien 1) et le champagne (le bien 2) représentées par la fonction d'utilité $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2^{\frac{1}{2}}$. Dans quelles conditions (le cas échéant) Crocodile choisira t-il de ne consommer aucun Hamburger ?

Réponse: Procédant comme dans le problème précédent, on écrit (en notant les demandes Marshalliennes des biens 1 (Hambuger) et 2 (champagne) respectivement par $x_1^M(p_1, p_2, R)$ et $x_2^M(p_1, p_2, R)$):

$$TMS(x_1^M(.), x_2^M(.)) = \frac{\frac{\partial U(x_1^M(.), x_2^M(.))}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1^M(.), x_2^M(.))}{\partial x2}} = \frac{1}{\frac{1}{2x_2^M(.)^{\frac{1}{2}}}} = 2x_2^M(.)^{\frac{1}{2}} = \frac{p_1}{p_2} \tag{3}$$

et

$$p_1 x_1^M(.) + p_2 x_2^M(.) = R \tag{4}$$

on obtient

$$x_2^M(.) = 4(\frac{p_1}{p_2})^2$$

et, après substitution dans (4),

$$\begin{aligned} p_1 x_1^M(.) + \frac{4p_1^2}{p_2} &= R \Leftrightarrow \\ x_1^M(.) &= \frac{R}{p_1} - 4\frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

mais cette méthodologie suppose évidemment que les quantités optimales de bien 1 et 2 appartiennent au domaine de définitions de ces variables, c'est à dire à $\mathbb{R}_+^2$. Il faut donc, en particulier, que $\frac{R}{p_1} - 4\frac{p_1}{p_2} \geq 0$. Si $\frac{R}{p_1} < 4\frac{p_1}{p_2}$, Crocodile Dundee ne consommera pas de Hamburger et consacrera toute sa richesse disponible à l'achat de bien 2. La condition recherchée est donc que $R \leq 4\frac{p_1^2}{p_2}$.

Barême: Evident. Mettre un point à un étudiant qui trouve les bonnes demandes Marshalliennes par les conditions de premier ordre mais qui tombe dans le piège d'omettre de considérer la possibilité que les quantités trouvées puissent être négative si les prix et la richesse ne satisfont pas la condition énoncée.