Université de la Méditerranée-site d'Aix-en-Provence
DEUG d'Economie et Gestion, 2ème année, semestre 2
Epreuve de contrôle continu de microéconomie
CORRIGE
Le vendredi 28 mai 2004

Directives Pédagogiques : Cette épreuve, d'une durée de trois heures, comprend 15 questions. 10 sont à choix multiples et 5 sont « à développement ». La contribution de chaque question à la note de l'épreuve est indiquée ci-dessous. On répond à chaque question à choix multiples en inscrivant sur le cahier d'examen l'UNIQUE lettre correspondant à l'UNIQUE énoncé qui vous paraît le mieux répondre à la question posée. On répond à chaque question à développement de manière usuelle en prenant bien soin de justifier sa réponse. On vous suggère de bien lire chaque question avant de répondre et de commencer à répondre aux questions qui vous paraissent les plus faciles.

A-Questions à choix multiples (1 point par question)

Corrigé : Les 4 premières questions se réfèrent aux préférences d'Albéric représentées numériquement par la fonction d'utilité $U(x_1,x_2) = (x_1)^{1/2} + x_2$. Cette fonction d'utilité est monotone croissante et concave (on le vérifie aisément) et représente donc des préférences monotones croissantes et convexes. Le comportement de demande Marshallien, lorsqu'il implique des consommation positive ou nulle des deux biens (solution intérieure) est donc caractérisé par les égalités

$$TMS(x_1^M(.), x_2^M(.)) = \frac{1}{2[x_1^M(.)]^{1/2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

et

$$p_1 x_1^M(.) + p_2 x_2^M(.) = R$$

dont la résolution nous donne :

$$x_1^M(.) = (\frac{p_2}{2p_1})^2$$

et

$$x_2^M(.) = \frac{R}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1}$$

si évidemment

$$x_2^M(.) = \frac{R}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow R \geq \frac{p_2^2}{4p_1}$$

Dans le cas où cette inégalité ne serait pas vérifiée, on aurait la solution de coin où

$$x_1^M(.) = \frac{R}{p_1}$$

et

$$x_2^M(.) = 0$$

On remarque donc que, sauf cas où la richesse est inférieure à $\frac{p_2^2}{4p_1}$, la demande Marshallienne de rutabaga ne dépend pas de la richesse. Nous avons vu en classe que cette particularité est propres aux préférences quasi-linéaires.

1) Albéric a des préférences pour le rutabaga (le bien 1) et l'armagnac (le bien 2) qui sont représentées par la fonction d'utilité $U(x1,x2) = (x_1)^{1/2} + x_2$. Nous pouvons dire que :
   (a) Le rutabaga est un substitut brut de l'armagnac mais l'armagnac n'est pas un substitut brut du rutabaga.
   (b) Le rutabaga est un complément brut de l'armagnac mais l'armagnac n'est pas un complément brut du rutabaga.
   (c) L'armagnac et le rutabaga sont des substituts bruts l'un par rapport à l'autre.
   (d) L'armagnac et le rutabaga sont des compléments bruts l'un par rapport à l'autre.
   (e) Aucune des précédentes.

Explication : Le prix d'un bien influence positivement la demande marshallienne de l'autre bien si la solution est intérieure ; Il n'y a par contre pas d'effets-prix croisés lorsqu'on est dans le cas où $R < \frac{p_2^2}{4p_1}$

2) En se référant à la question précédente, supposons qu'Albéric dispose d'une richesse de 3, que le prix du Rutabaga soit de 1 et que le prix de l'armagnac soit de 4. Nous pouvons dire que :
   (a) Une augmentation de la richesse de 3 à 4 augmentera de ¼ la quantité consommée d'Armagnac.
   (b) Une augmentation de la richesse de 3 à 4 sera sans effet sur la quantité consommée d'Armagnac.
   (c) Une augmentation de la richesse de 3 à 4 diminuera la quantité consommée d'Armagnac de 1/4.
   (d) Une augmentation de la richesse de 3 à 4 sera sans effet sur la quantité consommée de rutabaga.
   (e) Aucune des précédentes

Explication : On constate que la richesse de 3 est inférieure au rapport $\frac{p_2^2}{4p_1} = \frac{16}{4} = 4$. La demande d'Armagnac est donc nulle à cette configuration de prix et de richesse et le restera tant que la richesse est inférieure ou égale à 4.

3) En se référant à la question 1) nous pouvons dire que :

   (a) Les préférences d'Albéric sont homothétiques.
   (b) Le taux marginal de substitution du rutabaga à l'armagnac ne dépend pas de la quantité d'Armagnac consommée.
   (c) Le taux marginal de substitution du rutabaga à l'armagnac ne dépend pas de la quantité de rutabaga consommée.
   (d) Le rutabaga est parfois un bien inférieur.
   (e) Aucune des précédentes.

Explication : Evidente, voir l'équation du TMS plus haut.

4) En se référant toujours à la question 1), et en supposant qu'Albéric dispose d'une richesse de 16 euros, que les prix du rutabaga et de l'armagnac sont, respectivement, de 1 euro et de 4 euros, nous pouvons dire que :

(a) L'effet de substitution au sens de Slutsky résultant d'une augmentation de 1 euros du prix du rutabaga sur la quantité demandée de rutabaga fait passer la consommation de rutabaga de 4 à 1 et l'effet-richesse résultant de cette même augmentation fait passer la consommation de rutabaga de 1 à 0.

(b) L'effet de substitution au sens de Slutsky résultant d'une augmentation de 1 euros du prix du rutabaga sur la quantité demandée de rutabaga fait passer la consommation de rutabaga de 3 à 7/2 tandis que l'effet-richesse résultant de cette même augmentation de prix fait passer la consommation de rutabaga de 7/2 à 9/2.

(c) L'effet de substitution au sens de Slutsky résultant d'une augmentation de 1 euros du prix du rutabaga sur la quantité demandée de rutabaga fait passer la consommation de rutabaga de 4 à 1 et l'effet-richesse résultant de cette même augmentation de prix est nul.

(d) L'effet de substitution au sens de Slutsky résultant d'une augmentation de 1 euros du prix du rutabaga sur la quantité demandée de rutabaga fait passer la consommation de rutabaga de 9/2 à 7/2 tandis que l'effet-richesse résultant de cette même augmentation de prix fait passer la consommation de rutabaga de 7/2 à 3.

(e) Aucune des précédentes.

Explication : Lorsque Albéric dispose d'une richesse de 16 euros et que les prix du rutabaga et de l'armagnac sont, respectivement, de 1 et 4 euros, on se trouve évidemment dans le cas où $R = 16 > \frac{p_2^2}{4p_1} = \frac{16}{4} = 4$. La quantité demandée de rutabaga est donc $x_1^M(.) = (\frac{p_2}{2p_1})^2 = (\frac{4}{2})^2 = 4$ et cette quantité ne dépend pas de la richesse. Lorsque le prix du rutabaga augmente de 1, l'inégalité $R > \frac{p_2^2}{4p_1}$ n'est évidemment pas renversée de sorte que la quantité demandée de Rutabaga reste décrite par l'expression $x_1^M(.) = (\frac{p_2}{2p_1})^2$. Cette quantité devient donc $x_1^M(.) = (\frac{p_2}{2p_1})^2 = (\frac{4}{4})^2 = 1$. Aucun effet-richesse n'intervient puisque la quantité demandée de rutabaga ne dépend pas de la richesse. Le changement de 4 à 1 est donc uniquement le résultat d'un effet substitution.

5) Une entreprise produit des boulons au moyen de travail (le facteur 1) et de machines (le facteur 2) au moyen de la technologie de long terme représentée par la fonction de production $f(x_1,x_2) = (x_1)^{1/2} + x_1x_2$. Nous pouvons en conclure que :

(a) Les rendements d'échelle sont partout décroissants.

(b) Les rendements d'échelle sont partout croissants.

(c) Les rendements d'échelle évalués au niveau d'emploi des inputs $(x_1,x_2) = (1,1/4)$ sont localement croissants alors qu'ils sont localement décroissants au niveau d'emploi des inputs $(x_1,x_2) = (1,1)$.

(d) Les rendements d'échelles évalués au niveau d'emploi des inputs $(x_1,x_2) = (1,1/4)$ sont localement décroissants alors qu'ils sont localement croissants au niveau d'emploi des inputs $(x_1,x_2) = (1,1)$

(e) Aucune des précédentes.

Explication : On détermine l'élasticité d'échelle $\varepsilon_E(x_1,\ldots,x_n)$ en tout point d'une fonction de production f par la formule $\varepsilon_E(x_1,\ldots,x_n) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{x_i}(x_1,\ldots,x_n)x_i}{f(x_1,\ldots,x_n)}$. En appliquant cette formule à la fonction de production de cette question, nous obtenons $\varepsilon_E(x_1,x_2) = \dfrac{(\frac{1}{2x_1^{1/2}} + x_2)x_1 + x_1x_2}{x_1^{1/2} + x_1x_2} = \dfrac{\frac{x_1^{1/2}}{2} + 2x_1x_2}{x_1^{1/2} + x_1x_2}$. Evaluant cette expression à (x_1,x_2) = (1,1/4) et (x_1,x_2) = (1,1) respectivement, nous avons $\varepsilon_E(1,1/4) = \dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{1{,}25} < 1$ et $\varepsilon_E(1,1) = \dfrac{\frac{1}{2}+2}{1+1} = \dfrac{2{,}5}{2} > 1$. Les rendements d'échelle sont donc localement décroissants à (x_1,x_2) = (1,1/4) et localement croissants à (x_1,x_2) = (1,1).

6) En se référant à la question précédente, nous pouvons conclure que :

(a) La technologie satisfait la loi des rendements décroissants par rapport à chacun des deux facteurs de production

(b) La technologie satisfait la loi des rendements décroissants par rapport au facteur travail mais pas par rapport au facteur capital.

(c) La technologie satisfait la loi des rendements décroissants par rapport au facteur capital mais pas par rapport au facteur travail.

(d) La technologie ne satisfait la loi des rendements décroissants pour aucun des deux facteurs de production.

(e) On ne dispose pas d'une information adéquate pour apprécier si la technologie satisfait ou non la loi des rendements décroissants par rapport à l'un ou l'autre des deux facteurs de production.

Explication : Les dérivées partielles de la fonction f par rapport à chacun des deux facteurs de production (mesurant les productivités marginales respectives des facteurs) sont données par $f_1 = \dfrac{1}{2x_1^{1/2}} + x_2$ et $f_2 = x_1$. On constate que f_1 est décroissante par rapport à x_1 alors que f_2 ne dépend pas de x_2. La loi des rendements décroissants apparaît donc vérifiée pour le premier facteur alors qu'elle ne l'est pas pour le second (tout au moins si on accepte la version stricte de la loi des rendements décroissants). A cause de l'ambiguïté par rapport au caractère possiblement non strict de la loi, **on acceptera également la réponse (a)**

7) Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Si un consommateur rationnel au sens de la théorie microéconomique a souffert d'un changement de prix, nous devons en déduire que le coût d'achat, aux anciens prix, du panier choisi aux nouveaux prix est inférieur à la dépense engagée aux anciens prix.
(b) L'axiome généralisé de la préférence révélée énonce que si un consommateur choisit le panier x lorsque y était disponible, et qu'il choisit y dans une circonstance où z était disponible, il choisira toujours x dans toutes les circonstances où x et z sont disponibles.
(c) Lorsque le prix d'un bien de Giffen augmente, le niveau de satisfaction atteint par le consommateur au terme de son choix optimal augmente également.
(d) Il est possible pour un consommateur de satisfaire l'axiome généralisé de la préférence révélée tout en violant l'axiome faible
(e) Aucune des précédentes

8) Laquelle des affirmations suivantes est **fausse** ?

(a) Si la valeur du produit marginal du travail augmente lorsque l'entreprise augmente son emploi de travail et lorsque celle-ci opère à un niveau d'emploi où la valeur de ce produit marginal est égal au salaire horaire, nous devons en conclure que l'entreprise opère à un niveau d'emploi qui maximise son profit.
(b) Si le prix d'un output produit par une firme à but lucratif évoluant dans un environnement concurrentiel augmente, alors la quantité d'output produite par cette firme ne diminuera pas.
(c) Il est possible pour une entreprise de faire l'objet de rendements d'échelle partout croissants dans le long terme tout en faisant l'objet de rendements d'échelle partout décroissants dans le court terme.
(d) Il est possible pour une entreprise de faire partout l'objet de rendements d'échelle croissants tout en satisfaisant la loi des rendements décroissants par rapport à chacun des facteurs.
(e) Une technologie de type Léontieff fait l'objet de rendements d'échelle constants.

9) Robert Plant a des préférences pour les bagues (dont les quantités sont notées x) et l'argent disponible à d'autre usage que les bagues (dont les quantités sont notées y) qui sont représentées par la fonction d'utilité $U(x, y) = \ln(x^2 + 2xy + y^2)$. Nous pouvons en déduire que :

(a) Les demandes Marshalliennes de Robert seront toujours des fonctions des prix et de la richesse
(b) En prenant l'argent à d'autre usage que les bagues comme numéraire, Robert ne consommera aucune bague si le prix d'une bague est supérieur à 1.
(c) Les bagues sont un bien inférieur pour Robert.
(d) La bague est un complément brut de l'argent disponible.
(e) Aucune des précédentes

Explication : Les préférences de Robert Plant montrent une relation de parfaite substituabilité entre les bagues et l'argent disponible à d'autres usages que les bagues (les préférences de Robert Plant peuvent également être représentée par la fonction d'utilité : $\Psi(x, y) = [e^{U(x,y)}]^{1/2} = (x^2 + 2xy + y^2)^{1/2} = ((x + y)(x + y))^{1/2} = x + y$. Or nous avons abondamment étudié de telles préférences en cours. Sauf cas où le rapport des prix est 1, et où il est alors indifférent entre tous les paniers qui satisfont à égalité sa contrainte budgétaire, Robert Plant va toujours choisir de consacrer l'intégralité de sa richesse à l'achat du bien le moins cher.

10) Laquelle des affirmations suivantes est **vraie** ?

(a) Dans la théorie du producteur, la production n'est mesurée que d'une manière ordinale.
(b) Si la fonction de production de l'entreprise *A* est $f(x_1,x_2) = (x_1)^{1/2} (x_2)^{1/2}$ et celle de l'entreprise *B* est $g(x_1,x_2) = 10 \ln x_1 + 10x_2$, nous pouvons dire des technologies employées par les entreprises *A* et *B* qu'elles sont identiques et que, par conséquent, les deux entreprises adopteront le même comportement d'emploi et de production en environnement concurrentiel.
(c) Si la fonction de production de l'entreprise *A* est $f(x_1,x_2) = (x_1)^{1/2} (x_2)^{1/2}$ et celle de l'entreprise *B* est $g(x_1,x_2) = 10 \ln x_1 + 10x_2$, nous pouvons dire des technologies employées par les entreprises *A* et *B* qu'elles admettent les mêmes isoquantes
(d) Dans le court terme, les profits que réalise une entreprise évoluant dans un environnement concurrentiel sont toujours au moins aussi grand que dans le long terme.
(e) Aucune des précédentes.

Explication : A la différence de l'utilité du consommateur, aa production est une grandeur (tonne, grammes, heures de service) qui est mesurée de manière cardinale et non pas ordinale. L'unité de mesure de cette production est fondamentale. Pour chaque combinaison de facteurs employée, l'entreprise *A* produit une quantité d'output qui est égale à la racine vingtième de l'exponentielle de la quantité d'output que réalise l'entreprise *B* avec la même combinaison de facteurs. Ces quantités d'output produites par une même combinaison d'inputs étant différentes, elles vont entraîner de la part des managers des entreprises des comportements d'emploi et de production différents. Par contre, on vérifie sans peine que la carte des isoquantes des entreprises *A* et *B* est identique, la seule différence entre les technologies résidant dans les niveaux de production associés aux isoquantes.

Questions à Développement

11) (3 points) On a recueilli les trois observations suivantes sur le comportement de consommation de trois biens de Natacha

	p_1	p_2	p_3	x_1	x_2	x_3
Période 1	1	2	3	1	5	2
Période 2	1	3	1	7	2	2
Période 3	4	7	1	8	1	4

(a) Enoncer et discuter l'importance des deux axiomes de la préférence révélée (1 point)

Réponse : Les deux axiomes de la préférence révélée constituent deux propriétés que peut, ou non, satisfaire une liste de *n* observations portant sur des paniers de consommation de *l* biens $x^t \in \Re^l$ choisis par un individu aux configurations de prix p^t correspondantes (pour $t = 1,\ldots,n$). *L'axiome faible de la préférence révélée* (*AFPR*) énonce que si un panier x^t est directement révélé faiblement préféré à un panier *y* au sens où x^t a été choisi à une configuration de prix *pt* alors que le panier *y* aurait coûté, à ces prix, faiblement moins cher que x^t (i. e. $\sum_{j=1}^{l} p_j^t x_j^t \geq \sum_{j=1}^{l} p_j^t y_j$) alors, *x* ne doit pas coûter strictement moins cher que *y* à une configuration de prix où *y* est choisi. L'AFPR est satisfait par un comportement de choix résultant de la maximisation d'une préférence complète, transitive, réflexive et localement non-saturable sous contrainte budgétaire mais la réciproque est, en général, fausse. Un comportement peut donc, en général, satisfaire l'AFPR sans résulter d'une maximisation d'une préférence complète, réflexive, transitive et localement non-saturable sous contrainte budgétaire. Toutefois, cette dernière possibilité est exclue dans le cas où il n'y a que deux biens et où il y a équivalence entre AFPR et maximisation d'une préférence complète, réflexive, transitive et localement non-saturable sous contrainte budgétaire. L'*Axiome Généralisé de la Préférence Révélée* (AGPR) énonce que si un panier x^t est directement ou *indirectement* révélé préféré à un panier *y (*au sens où il existe une chaîne de relations de préférence révélée reliant x^t à *y* (*xt* est révélé faiblement préféré à z^1, qui est lui même révélé préféré à z^2 , etc., l'avant dernier

élément de la chaîne étant lui même révélé faiblement préféré à y), alors x ne doit pas coûter strictement moins cher que y à une configuration de prix où y est choisi. L'AGPR implique évidemment l'AFPR mais, sauf si le nombre de biens est 2, la réciproque est fausse. Afriat a montré qu'il est équivalent de dire d'une de n observations portant sur des paniers de consommation de l biens $x^t \in \Re^l$ choisis par un individu aux configurations de prix p^t correspondantes (pour $t = 1,\ldots,n$) satisfait l'AGPR ou qu'elle résulte d'une maximisation d'une fonction d'utilité continue, concave, localement non-saturable sous contrainte budgétaire. En ce sens, l'AGPR rassemble toutes les implications observables de l'hypothèse suivant laquelle le consommateur choisit son panier de consommation en maximisant sous contrainte budgétaire des préférences représentées par une fonction d'utilité continue, concave et localement non-saturable. Si l'AGPR est violé, on peut en déduire que le comportement de choix ne résulte pas de la maximisation de telles préférences sous contrainte budgétaires et, réciproquement, si il est satisfait, on peut construire une fonction d'utilité ayant les propriétés mentionnées dont la maximisation sous contrainte budgétaire produit le choix observé.
barème : 1 point pour tout ce qui se rapproche de cela, et qui distingue bien les deux axiomes, et qui dit bien en quoi ces axiomes permettent de tester sur données observables l'hypothèse de rationalité du comportement de consommation. Le seul énoncé correct des deux axiomes sans mention de la relation avec l'hypothèse de rationalité du consommateur ne vaut qu'1/2 point. Le seul énoncé correct d'un des deux axiomes sans mention de la relation avec l'hypothèse de la rationalité du consommateur ne vaut qu'1/4 point. L'énoncé d'un seul des deux axiomes avec l'évocation correcte de la relation qu'il entretient avec l'hypothèse de rationalité du consommateur vaut ½ point.

(b) Le comportement de Natacha vérifie-t-il l'axiome faible de la préférence révélée ? Justifier avec le plus grand soin. Aucun point ne sera donné sans justification (1 point)

Réponse : On construit le tableau suivant permettant l'établissement des relations de préférences révélées (directes et indirectes) entre les paniers :

	Panier 1	Panier 2	Panier 3
Coût d'achat au prix de la période 1	17	17	22
Coût d'achat au prix de la période 2	18	15	15
Coût d'achat au prix de la période 3	41	44	43

On voit donc que le panier 1 est directement révélé préféré faiblement au panier 2 (mais que la réciproque stricte est fausse), que le panier 2 est directement révélé préféré faiblement au panier 3 (mais que la réciproque stricte est fausse) et que le panier 3 est directement et strictement révélé préféré au panier 1 (mais que la réciproque faible est fausse). l'AFPR est donc vérifiée.
Barème : Ne donner aucun point pour la seule réponse. Donner tous les points pour un éventuel bon raisonnement basé sur la bonne définition de l'AFPR mais débouchant sur la mauvaise conclusion du fait d'erreurs de calcul.

(c) Le comportement de Natacha vérifie-t-il l'axiome généralisé de la préférence révélée ? (1 point)

Réponse : (en se référant au tableau de la sous-question b) Non ! Comme le montre le tableau de la sous-question précédente, Le comportement de Natacha révèle directement une préférence faible pour le panier 1 par rapport au panier 2, puis une préférence faible pour le panier 2 par rapport au panier 3. Cette combinaison de jugements directs de préférences révélées faibles conduit à l'établissement d'une relation de préférence indirecte pour le panier 1 par rapport au panier 3. Or le tableau montre par ailleurs une préférence directe stricte pour le panier 3 par rapport au panier 1, ce qui contredit l'AGPR. Le comportement de Natacha ne résulte donc pas d'une maximisation d'une préférence sous contrainte budgétaire.

Barême : Identique à celui de la sous-question b)

12) (5 points) Les préférences de Wolfgang pour deux biens, dont les quantités positives sont mesurées par les variables x_1 et x_2, sont représentées par la fonction d'utilité $U(x_1,x_2) = -1/x_1 - 1/x_2$.

(a) Pourrait-on dire de Wolfgang qu'il est un individu malheureux du fait que la fonction d'utilité qui représente ses préférences admet toujours des valeurs négatives ? Justifier avec soin (1 point)

Réponse : Une telle conclusion serait évidemment dénuée de sens, car les nombres associés par la fonction U aux différents paniers de consommation n'ont aucune autre signification que celle de servir à ordonner les paniers de la même manière que ceux-ci peuvent l'être dans l'échelle de préférences de Wolfgang. Le fait que les nombres utilisés avec la fonction U soit négatifs n'a aucune espèce de signification. On pourrait d'ailleurs représenter les préférences de Wolfgang par la fonction d'utilité $\Psi(x_1,x_2) = [-U(x_1,x_2)]^{-1} = (\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2})^{-1}$ qui transforme le système de nombres associés par U aux différentes courbes d'indifférence au moyen d'une fonction monotone croissante qui préserve l'ordonnancement de ces nombres. Et les nombres obtenus avec la fonction Ψ sont positifs.

Barême : Donner le point pour tout baratin qui se rapproche de ceci. Il n'y a pas besoin de trouver une fonction Ψ qui mesure l'utilité de manière positive pour obtenir ce point.

(b) Déterminer les demandes Marshalliennes de chacun des biens (1 point)

Réponse : On vérifie que les préférences mesurées par U (ou par toute autre fonction d'utilité les représentants) sont convexes et monotones croissantes et que, pour cette raison, le comportement de demande Marshallien qui implique des consommations positives ou nulles des deux biens est caractérisé par les équations :

$$TMS(x_1^M(.), x_2^M(.)) = \frac{x_2^M(.)^2}{x_1^M(.)^2} = \frac{p_1}{p_2}$$

et

$$p_1 x_1^M(.) + p_2 x_2^M(.) = R$$

dont la résolution nous donne

$$x_1^M(p_1,p_2,R) = \frac{R}{p_1^{1/2}(p_1^{1/2}+p_2^{1/2})}$$

et

$$x_2^M(p_1,p_2,R) = \frac{R}{p_2^{1/2}(p_1^{1/2}+p_2^{1/2})}$$

Barême : Evident (aucun point sans calcul, grande tolérance pour les erreurs de calcul basé sur un bon raisonnement, enlever des grenailles de point à une personne qui utilise le raisonnement ci-dessus sans au moins évoquer la convexité et le caractère localement non-saturable des préférences qui le justifie).

Certains biens sont-ils parfois inférieurs ? Un des biens est-il toujours un complément brut de l'autre bien ? ou un substitut brut ? Justifier, ici aussi, avec le plus grand soin. (1 point).

Réponse : Les demandes Marshalliennes étant des fonctions monotones croissantes par rapport à la richesse (et qui plus est linéaires), les biens sont donc normaux. Par ailleurs, on remarque que les effets prix croisés sont partout négatifs (i.e

$$\frac{\partial x_1^M(.)}{\partial p_2} = \frac{-R}{2p_1^{1/2}p_2^{1/2}(p_1^{1/2}+p_2^{1/2})^2} \leq 0$$

et

$$\frac{\partial x_2^M(.)}{\partial p_1} = \frac{-R}{2p_1^{1/2}p_2^{1/2}(p_1^{1/2}+p_2^{1/2})^2} \leq 0$$

Barème : OK. 1/3 de point par propriété justifiée. Le fait de dire, sans calculer la dérivée, que l'effet prix croisé est négatif suffit.

(c) Représenter graphiquement la décomposition d'une variation du prix du bien 1 de 1 à 4 en un effet richesse et un effet de substitution au sens de Slutsky en supposant le prix du bien 2 fixé à 1 et la richesse fixée à 12 en détaillant avec soin la démarche utilisée. (2 points).

Réponse : A partir des demandes Marshalliennes obtenues en sous-question a), on trouve que les demandes Marshalliennes des deux biens à $(p_1,p_2,R) = (1,1,12)$ et à $(p_1,p_2,R) = (4,1,12)$ sont

$$x_1^M(1,1,12) = \frac{12}{(1+1)} = 6$$

$$x_2^M(1,1,12) = \frac{12}{(1+1)} = 6$$

et

$$x_1^M(4,1,12) = \frac{12}{2(2+1)} = 2$$

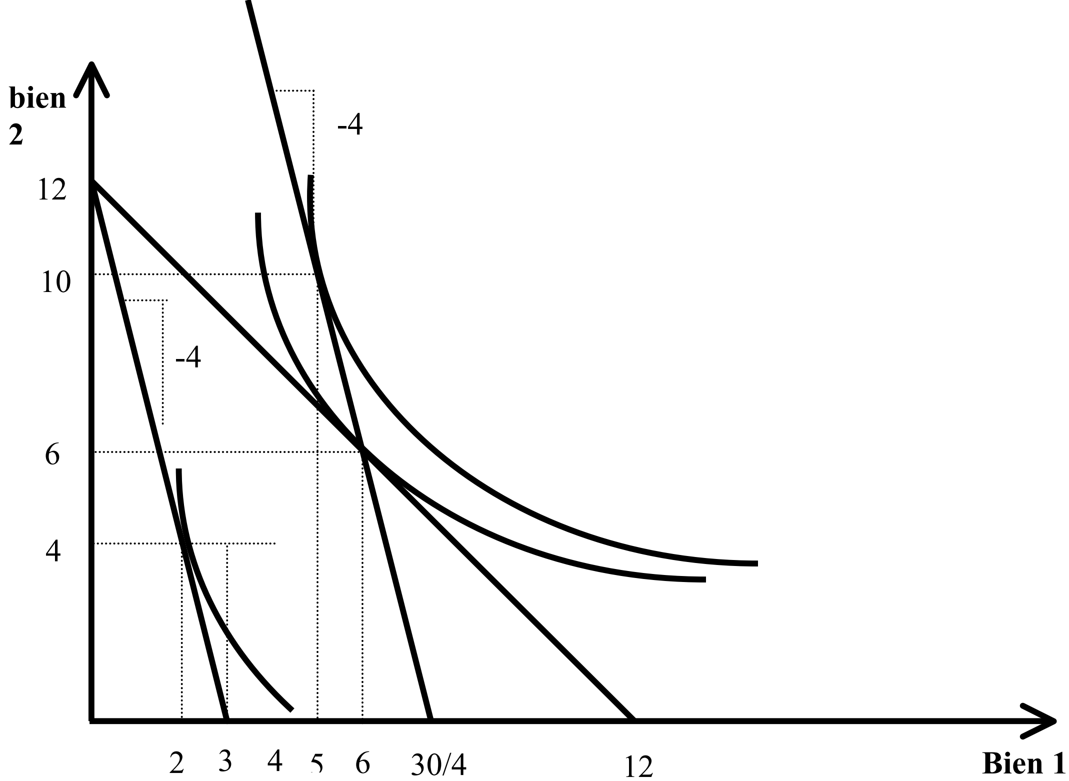
$$x_2^M(4,1,12) = \frac{12}{(2+1)} = 4$$

Pour décomposer l'effet du changement de prix en un effet-substitution (au sens de Slutsky) et en un effet richesse, il faut déterminer le panier qu'aurait choisi Wolfgang si le prix du bien 1 avait augmenté à 4 et si sa richesse avait été augmentée pour lui permettre de conserver intact sont pouvoir d'achat. Le choix de ce panier est évidemment le résultat de l'effet de substitution. La richesse dont a besoin Wolfgang pour consommer le panier (6,6) lorsque les prix sont (1,4) est de 6 + 24 = 30. Les demandes Marshalliennes des deux biens lorsque $(p_1,p_2,R) = (4,1,30)$ sont

$$x_1^M(4,1,30) = \frac{30}{2(2+1)} = 5$$

$$x_2^M(4,1,12) = \frac{30}{(2+1)} = 10$$

L'effet substitution de la hausse du prix du bien 1 de 1 à 4 amène donc Wolgang à consommer le panier (5,10) (au lieu du panier initial (6,6)) alors que l'effet-richesse de ce changement du prix est responsable du passage de (5,10) à (2,4). Ceci est illustré sur la figure en haut de la page suivante



Barème : 1 point pour le calcul et le raisonnement sous-jacent permettant de trouver les paniers correspondants aux effets substitutions et richesse et 1 point pour l'illustration graphique correcte (on donne 1 point à l'illustration graphique correcte avec les bons paniers ; on donne ½ point avec une illustration graphique qui illustrerait bien les effets substitution et richesse associée à la hausse de prix mais qui n'utiliserait pas les paniers précis obtenus plus haut.

13) (2 points) Vrai ou faux ? (Justifier) «Si une entreprise de téléphone veut augmenter ses tarifs, il est préférable pour le consommateur qu'elle le fasse en augmentant le forfait plutôt qu'en augmentant la tarification des unités téléphoniques consommées ».

Réponse : Vrai, si la somme prélevée chez le consommateur dans chaque mode de tarification est la même. Un argument de préférence révélée le montre aisément. Soient :
F le montant d'augmentation proposée du forfait,
p l'actuelle tarification des unités,
q la nouvelle tarification des unités
x l'actuelle consommation d'unités téléphoniques
x' la consommation d'unités téléphoniques qui résulterait d'une augmentation du forfait
x'' la consommation d'unités téléphoniques qui résulterait d'une augmentation du tarif des unités téléphoniques
y l'argent disponible à d'autre usage que le téléphone dans la tarification actuelle
y' l'argent qui serait disponible à d'autre usage que le téléphone si l'on augmentait le forfait
y'' l'argent qui serait disponible à d'autre usage que le téléphone si l'on augmentait le tarif de l'unité
R la richesse du consommateur (amputée du montant actuel du forfait)
Si les deux modes de tarification prélèvent la même somme chez l'utilisateur de téléphone, on a
$(q-p)x'' = F$ (a)
Nous savons en outre que $px'+y' = R-F$ (1) et que $qx''+y''= R$ (2)
En remplaçant les deux membres de gauche de l'équation (1) par leur équivalent données par (2) et (a), nous obtenons $px'+ y' = (qx''+y'')- (q-p)x'' = px''+ y''$, qui nous montre que le panier (x',y') choisi par le consommateur après augmentation du forfait est révélé préféré faiblement au panier (x'',y'') choisi par le consommateur après augmentation de la tarification à l'unité.
Barème : Cela a été vu en cours. On ne donne qu'un point si l'étudiant connaît la bonne réponse et est capable de se rappeler que le raisonnement utilise l'axiome de la préférence révélée et qu'il n'est valide que si l'on suppose que es sommes qui sont prélevées chez le consommateur dans les deux modes de tarifications sont identiques.