Université de la Méditerranée
Licence de sciences économiques

Economie industrielle
Exercices d'approfondissement

1) Deux entreprises envisagent de former un cartel pour contrôler un marché. Les entreprises vont s'imposer des quotas de production qui vont leur permettre de fixer un prix de monopole. Chaque entreprise peut, soit respecter les quotas de production qui ont été décidés en commun, soit augmenter subrepticement son niveau de production afin d'augmenter ses profits au détriment de l'autre membre du cartel. Le problème auquel sont confrontées les deux entreprises est représenté par le jeu sous forme normale suivant (les paiements correspondent aux profits réalisés par chacune des deux firmes dans chacune des configurations possibles de stratégies).

		firme	2
		respecter les quotas	augmenter production
firme	respecter les quotas	(2000,2000)	(1000,3000)
1	augmenter production	(3000,1000)	(1500,1500)

Que choisira de faire chacune des deux entreprises ? Sur quel concept d'équilibre est basé votre réponse ?

Réponse: Augmenter sa production est, pour chaque firme, une stratégie dominante. Si la firme 2 respecte ses quotas, la firme 1 a en effet intérêt à augmenter sa production (et obtenir 3000) plutôt que de respecter les quotas (et obtenir 2000). De même, si la firme 2 augmente sa production, la firme 1 a intérêt à augmenter la sienne - et obtenir un paiement de 1500 - plutôt que de respecter les quotas - et se contenter d'un paiement de 1000. Le principe de rationalité, suivant lequel aucun acteur ne choisira de stratégie dominée, conduit donc immédiatement ici à la prédiction que les deux firmes augmenteront leur production.

2) On considère le jeu sous forme normale à deux joueurs suivant:

		joueur	2
		c	d
joueur	a	(1,1)	(3,f)
1	b	(g,2)	(1, 3)

a) Quelles conditions (s'il y en a) doivent satisfaire les nombres f et g pour que la combinaison de stratégies (a, c) soit un équilibre de Nash ?

Réponse:

Pour que la combinaison de stratégies (a, c) soit un équilibre de Nash, il faut qu'elle ne donne à aucun des deux joueurs d'incitation unilatérale à en dévier.

Si le joueur 1 dévie de a, et choisit b, il obtient un paiement de g (contre un paiement de 1 s'il reste à a). Pour qu'il n'ait pas d'incitation à dévier de a, il faut donc que $g \leq 1$. De même, si le joueur 2 dévie de c et choisit d, il remplace un paiement de 1 par un paiement de f. Pour que cette déviation ne lui soit pas bénéfique, il faut donc $f \leq 1$.

Si ces conditions sont satisfaites, la combinaison de stratégies (a, c) sera-t-elle l'unique équilibre de Nash de ce jeu ?

Réponse:
Si $f = 1$ et $g \leq 1$, la combinaison de stratégies (a, c) est un équilibre de Nash au sens où aucun des deux joueurs n'a d'intérêt unilatéral à modifier son comportement mais elle n'est pas la seule combinaison qui possède cette propriété..En effet, si $f = 1$, la combinaison (a, d) est également un équilibre de Nash. Le joueur 1 n'a pas intérêt à dévier de a si 2 choisit d car il obtiendra, s'il dévie, un paiement de 1 alors qu'il obtient 3 s'il reste à a. Le joueur 2, pour sa part, est indifférent entre jouer c et jouer d si le joueur 1 joue a. Il n'a donc pas intérêt à dévier de d si le joueur 1 joue a (il n'a pas non plus intérêt à dévier de c). Pour que (a, c) soit l'unique équilibre de Nash du jeu, il faut que $f < 1$ et $g \leq 1$.

b) Quelles conditions (s'il y en a) doivent satisfaire les nombres f et g pour que la combinaison de stratégies (b, d) soit un équilibre en stratégies dominante ?

Réponse:
La combinaison de stratégies (b, d) **ne peut pas** être un équilibre en stratégies dominantes et ce, quelle que soit la valeur de f et de g. En effet, pour que b soit une stratégie dominante pour le joueur 1, il faut qu'elle lui donne un meilleur paiement que la stratégie alternative a quelle que soit la stratégie adoptée par l'autre joueur. Or si, le joueur 2 adopte la stratégie d, le joueur 1 a intérêt à adopter la stratégie a, et obtenir un paiement de 3, plutôt que la stratégie b qui lui donne un paiement de 1. La stratégie b ne sera donc jamais une stratégie dominante pour le joueur 1.

3) On considère le jeu à trois joueurs suivants (le joueur 1 choisit la ligne, le joueur 2 choisit la colonne et le joueur 3 choisit la matrice). Que sera d'après vous l'issue de ce jeu ? Sur quel concept de solution est basé votre réponse ?

	gauche	**droite**
haut	1,2,0	2,1,1
bas	0,1,3	1,0,4

A

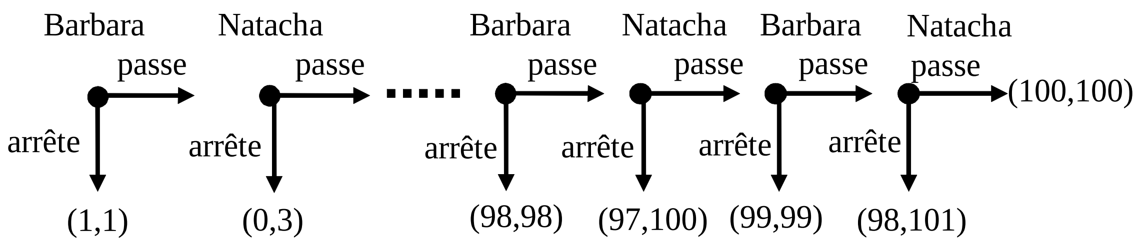
	gauche	**droite**
haut	1,1,2	2,3,4
bas	5,0,4	6,2,5

B

	gauche	**droite**
haut	10,0,1	7,1,2
bas	9,6,1	8,4,3

C

Réponse: On remarque d'abord que les matrices A et C sont, pour le joueur 3, dominées par la matrice B. En effet, quoi que fassent les joueurs 1 et



2, le paiement qu'obtient 3 en jouant B est supérieur à celui qu'il obtiendrait en jouant A ou C. Par exemple, si 1 joue "*haut*" et 2 joue "*gauche*", le joueur 3 obtient un paiement de 2 en jouant B alors qu'il obtiendrait 0 en jouant A et 1 en jouant C. Une telle dominance peut être trouvée pour n'importe quelle combinaison de stratégies des joueurs 1 et 2. En appliquant le principe de rationalité, on conclut que le joueur 3 choisira la matrice B. Sachant cela, on remarque que la stratégie "*gauche*" est, pour le joueur 2, dominée par sa stratégie "*droite*". En effet, sachant que 3 joue B, "*droite*" donne à 2 un paiement plus important que "*gauche*" quoi que fasse le joueur 1. En supposant que 2 est rationel, et qu'il sait que 3 est rationel et joue B, 2 ne jouera pas "*gauche*" et choisira donc "*droite*". Sachant que 2 joue "*droite*" et 3 joue B, il est clair que 1 a intérêt à jouer "*bas*". On peut donc prévoir, sur la base d'une procédure itérative d'élimination de stratégies dominées, que le joueur 1 jouera "*bas*", le joueur 2 jouera "*droite*" et le joueur 3 jouera "B".

3) On considère le jeu suivant consistant à "faire passer le bâton" auquel jouent Barbara et Natacha. Barbara commence le jeu et se fait donner par le maître du jeu un bâton. Elle peut, soit passer le bâton à Natacha, soit arrêter le jeu. Si Barbara arrête le jeu, toutes les deux reçoivent un paiement de 100 euros. Si Natacha se fait passer le bâton, elle peut à son tour soit le repasser à Barbara, soit décider d'arrêter le jeu. Le passage du bâton se fait ainsi au maximum 100 fois. Natacha est la dernière à jouer. Elle peut soit rendre le bâton au maître du jeu, soit le garder pour elle. Si elle rend le bâton au maître du jeu, chacune reçoit un paiement de 10 000 euros. Si en revanche Natacha garde le bâton pour elle, elle reçoit 10 100 euros et Barbara en reçoit 9800. Le jeu sous-forme extensive qui correspond à cette situation se représente comme ci-dessus, où les paiements sont exprimés en centaine d'euros.

Qu'elle est l'unique équilibre parfait en sous-jeu de ce jeu ? Qu'en pensez-vous ?

Réponse:

L'unique équilibre parfait en sous-jeu de ce jeu est, pour toute joueuse amenée à jouer, d'arrêter le jeu plutôt que de passer le bâton. Cela signifie donc que la première joueuse - Barbara - arrêtera immédiatement et que chacune des deux joueuses se contenteront d'un paiement de 1. En effet, dans tous les sous-jeux du jeu, arrêter est, pour chaque joueuse la meilleure réponse qu'elle peut faire au choix qu'elle anticipe de la joueuse ou du joueur amenée à jouer à la période suivante. La dernière joueuse du jeu - Natacha - préfère en effet arrêter le jeu, et recevoir 101, plutôt que de passer le bâton au maître du jeu, et ne recevoir que 100. Anticipant ce comportement, l'avant dernière joueuse - Barbara - préfère arrêter le jeu (et recevoir 99) plutôt que de passer le bâton à Natacha qui, en arrêtant le jeu, lui donnera un paiement que de 98. En raisonnant de cette manière en remontant l'arbre - argument de récurrence arrière - on aboutit à la conclusion énoncée précédemment.

A l'évidence, cette issue du jeu est dommage pour les deux joueuses car chacune d'entre elles obtiendrait beaucoup plus si elle passait le bâton à sa partenaire au moins pour un temps supérieur à une période. En outre, dans beaucoup d'expériences réalisées avec des sujets en environnement contrôlé, on observe que les sujets tendent à passer le bâton beaucoup plus longtemps que ce que prévoit la notion d'équilibre parfait en sous-jeu. De fait, imaginons que vous soyiez Natacha dans ce jeu et que, contre toute attente, Barbara vous passait le bâton. Vous auriez là une évidence claire que Barbara ne se comporte pas de la manière prévue par le concept d'équilibre parfait en sous-jeu. N'auriez-vous pas alors envie de repasser le bâton à Natacha afin de voir si elle ne va pas vous amener un peu plus loin dans l'arbre ?

4) Une entreprise produit des boulons avec trois facteurs de production: Du terrain industriel (facteur 1, mesuré en centaine de mètres carrés immobilisés par année), des machines (facteur 2, mesurées en milliers d'heures de fonctionnement annuel)et du travail (facteur 3, mesuré en milliers d'heures de travail annuelles). La technologie de long terme de production de boulon est donnée par la fonction de production

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 x_3^{\frac{1}{2}}$$

(a) De quels type de rendements d'échelles cette technologie fait-t-elle l'objet ?

Réponse:

Comme on l'a vu en classe, la technologie représentée par cette fonction de production est un cas particulier de la technologie Cobb-Douglas dont la fonction de production est:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} x_3^{\alpha_3}$$

et dont la mesure d'élasticité d'échelle $\varepsilon^E(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3)$ est donnée, à tout niveau d'emploi $(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3)$ des trois facteurs, par:

$$\begin{aligned}
\varepsilon^E(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3) &= \frac{\partial \Phi(1)}{\partial t}\frac{1}{\Phi(1)} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial f(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3)}{\partial x_i}\overline{x}_i}{f(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{x}_3)} \\
&= \frac{\alpha_1 \overline{x}_1^{\alpha_1 - 1}\overline{x}_2^{\alpha_2}\overline{x}_3^{\alpha_3}\overline{x}_1 + \alpha_2 \overline{x}_1^{\alpha_1}\overline{x}_2^{\alpha_2 - 1}\overline{x}_3^{\alpha_3}\overline{x}_2 + \alpha_3 \overline{x}_1^{\alpha_1}\overline{x}_2^{\alpha_2}\overline{x}_3^{\alpha_3 - 3}\overline{x}_3}{\overline{x}_1^{\alpha_1}\overline{x}_2^{\alpha_2}\overline{x}_3^{\alpha_3}} \\
&= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3
\end{aligned}$$

avec la fonction $\Phi : \mathbb{R}_{++} \rightarrow \mathbb{R}$ définie, pour tout niveau d'échelle t, par:

$$\Phi(t) = f(t\overline{x}_1, t\overline{x}_2, t\overline{x}_3)$$

Les rendements d'échelle dont fait l'objet une technologie Cobb-Douglas sont donc indépendants du niveau considéré d'utilisation des facteurs. Dans le cas particulier ici, on a:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} > 1.$$

La technologie fait donc l'objet de rendements d'échelle croissants.

(b) Déterminer la fonction de coûts de long terme, ainsi que la fonction de coûts moyen et coûts marginal. Tracer ces fonctions sur un graphique en supposant le prix de chacun des facteurs égal à 1.

Réponse:

Dans le long terme, lorsque la firme peut ajuster à sa guise le niveau d'emploi de tous ses facteurs de production, le coût minimum $C(p_1, p_2, p_3, y)$ de produire y unités d'output lorsque les prix des facteurs 1 à 3 sont, respectivement, de p_1, p_2 et p_3 est défini par:

$$\begin{aligned}
C(p_1, p_2, p_3, y) &= \min_{x_1, x_2, x_3} p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 \text{ sous contrainte que} \\
x_1^2 x_2 x_3^{1/2} &\geq y. \qquad (1)
\end{aligned}$$

Dans la mesure où une firme qui minimise son coût n'emploira jamais les facteurs à un niveau d'utilisation supérieur à ce qui est strictement requis pour produire y unités d'output, la contrainte (1) sera satisfaite à égalité. En partant de cette contrainte satisfaite à égalité et en la rééécrivant comme

$$x_1 = \frac{y^{1/2}}{x_2^{1/2} x_3^{1/4}} \qquad (2)$$

on peut la substituter dans la fonction objectif de la firme et réécrire la fonction de coûts comme:

$$C(p_1, p_2, p_3, y) = \min_{x_2, x_3} p_1 (\frac{y^{1/2}}{x_2^{1/2} x_3^{1/4}}) + p_2 x_2 + p_3 x_3. \qquad (3)$$

Les conditions de premier ordre que doivent nécessairement satisfaire les choix optimaux $x_2^*(p_1, p_2, p_3, y)$ et $x_3^*(p_1, p_2, p_3, y)$ des facteurs de production 1 et 2 sont:

$$-\frac{p_1 y^{1/2}}{2x_2^{*3/2}(.)x_3^{*1/4}(.)} + p_2 = 0 \tag{4}$$

et

$$-\frac{p_1 y^{1/2}}{4x_2^{*1/2}(.)x_3^{*5/4}(.)} + p_3 = 0 \tag{5}$$

En réécrivant (4) comme:

$$x_2^*(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{p_1^{2/3} y^{1/3}}{2^{2/3} p_2^{2/3} x_3^{*1/6}(.)} \tag{6}$$

et en substituant dans (5), on obtient, après quelques manipulations algébriques:

$$x_3^*(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{p_1^{4/7} p_2^{2/7} y^{2/7}}{2^{10/7} p_3^{6/7}} \tag{7}$$

En resubstituant cette expression dans (6), on obtient:

$$\begin{aligned} x_2^*(p_1, p_2, p_3, y) &= \frac{p_1^{2/3} y^{1/3}}{2^{2/3} p_2^{2/3} (\frac{p_1^{4/7} p_2^{2/7} y^{2/7}}{2^{10/7} p_3^{6/7}})^{1/6}} \\ &= \frac{p_1^{4/7} p_3^{1/7} y^{2/7}}{2^{3/7} p_2^{5/7}} \end{aligned} \tag{8}$$

Puis, en substituant (7) et (8) dans la contrainte (2), nous obtenons:

$$x_1^*(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{2^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7}}{p_1^{3/7}} \tag{9}$$

La fonction de coûts s'écrit donc:

$$\begin{aligned} C(p_1, p_2, p_3, y) &= p_1 x_1^*(p_1, p_2, p_3, y) + p_2 x_2^*(p_1, p_2, p_3, y) + p_3 x_3^*(p_1, p_2, p_3, y) \\ &= p_1 \frac{2^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7}}{p_1^{3/7}} + p_2 \frac{p_1^{4/7} p_3^{1/7} y^{2/7}}{2^{3/7} p_2^{5/7}} + p_3 \frac{p_1^{4/7} p_2^{2/7} y^{2/7}}{2^{10/7} p_3^{6/7}} \\ &= 2^{4/7} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7} + \frac{1}{2^{3/7}} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7} + \frac{1}{2^{10/7}} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7} \\ &= \frac{7}{2^{10/7}} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} y^{2/7} \end{aligned} \tag{10}$$

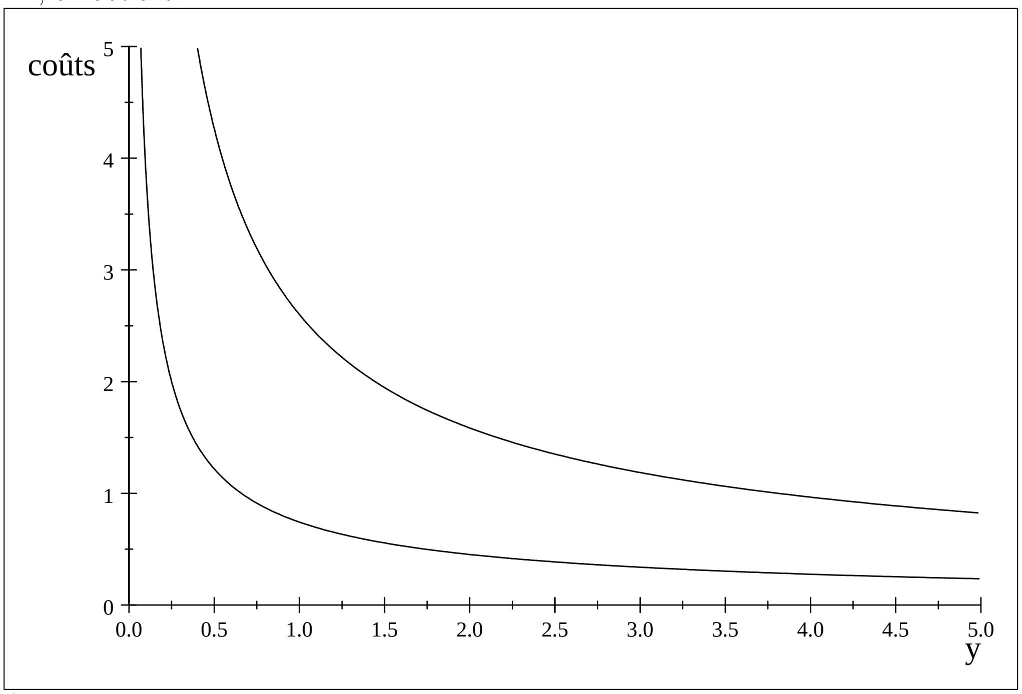
d'où l'on tire la fonction de coût marginal $Cm(p_1, p_2, p_3, y)$:

$$Cm(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{\partial C(p_1, p_2, p_3, y)}{\partial y} = \frac{1}{2^{3/7} y^{5/7}} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} \tag{11}$$

et la fonction de coût moyen $CM(p_1, p_2, p_3, y)$:

$$CM(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{C(p_1, p_2, p_3, y)}{y} = \frac{7}{2^{10/7} y^{5/7}} p_1^{4/7} p_2^{2/7} p_3^{1/7} \qquad (12)$$

Si l'on trace les courbes de coût marginal et de coût moyen pour $p_1 = p_2 = p_3 = 1$, on obtient:



Alors que le graphe de la courbe de coût moyen est:

On voit donc que le coût moyen est toujours supérieur au coût marginal et est, pour cette raison, décroissant. Nous ne sommes évidemment pas supris de cette constatation car la technologie fait l'objet de rendements d'échelles croissants.

(c) Supposer que la firme ne puisse dans le court terme modifier la quantité de terrain industriel et que celle ci soit fixée à 10. Déterminer les fonctions de coût total, de coût fixe, de coût fixe moyen, de coût total moyen, de coût variable moyen, et de coût marginal et représenter graphiquement ces fonctions (vous supposerez ici aussi le prix de chaque facteur égal à 1)

Réponse:

Si la firme ne peut utiliser que 10 unités de facteur 1 dans le court terme, la quantité maximale y d'output qu'elle peut produire avec n'importe quelle combinaison (x_2, x_3) des facteurs variables 2 et 3 est donnée par l'expression:

$$y = 100 x_2 x_3^{1/2} \qquad (13)$$

Utilisant cette expression, on peut donc définir le coût minimum $C^{CT}(p_1, p_2, p_3, y)$ de court terme produire y unités d'output lorsque les prix des facteurs 1 à 3 sont, respectivement, de p_1, p_2 et p_3 comme:

$$C^{CT}(p_1, p_2, p_3, y) = \min_{x_3} 10p_1 + p_2 \frac{y}{100x_3^{1/2}} + p_3 x_3$$

La condition de premier ordre que doit nécessairement satisfaire le choix optimal de court terme $x_3^{CT*}(p_1, p_2, p_3, y)$ du facteur de production variable 3 est

$$\begin{aligned} -\frac{p_2 y}{200 x_3^{CT*3/2}(.)} + p_3 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ x_3^{CT*}(p_1, p_2, p_3, y) &= \frac{p_2^{2/3} y^{2/3}}{200^{2/3} p_3^{2/3}} \end{aligned}$$

En utilisant (13) on obtient également:

$$x_2^{CT*}(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{2^{1/3} p_3^{1/3} y^{2/3}}{100^{2/3} p_2^{1/3}}$$

Nous pouvons donc écrire la fonction de coûts de court terme comme:

$$\begin{aligned} C^{CT}(p_1, p_2, p_3, y) &= 10p_1 + p_2 x_2^{CT*}(p_1, p_2, p_3, y) + p_3 x_3^{CT*}(p_1, p_2, p_3, y) \\ &= 10p_1 + p_2 \frac{2^{1/3} p_3^{1/3} y^{2/3}}{100^{2/3} p_2^{1/3}} + p_3 \frac{p_2^{2/3} y^{2/3}}{200^{2/3} p_3^{2/3}} \\ &= 10p_1 + \frac{2^{1/3}}{100^{2/3}} p_2^{2/3} p_3^{1/3} y^{2/3} + \frac{1}{200^{2/3}} p_2^{2/3} p_3^{1/3} y^{2/3} \\ &= \underbrace{10p_1}_{\text{coûts fixes}} + \underbrace{\frac{3}{200^{2/3}} p_2^{2/3} p_3^{1/3} y^{2/3}}_{\text{coûts variables}} \end{aligned}$$

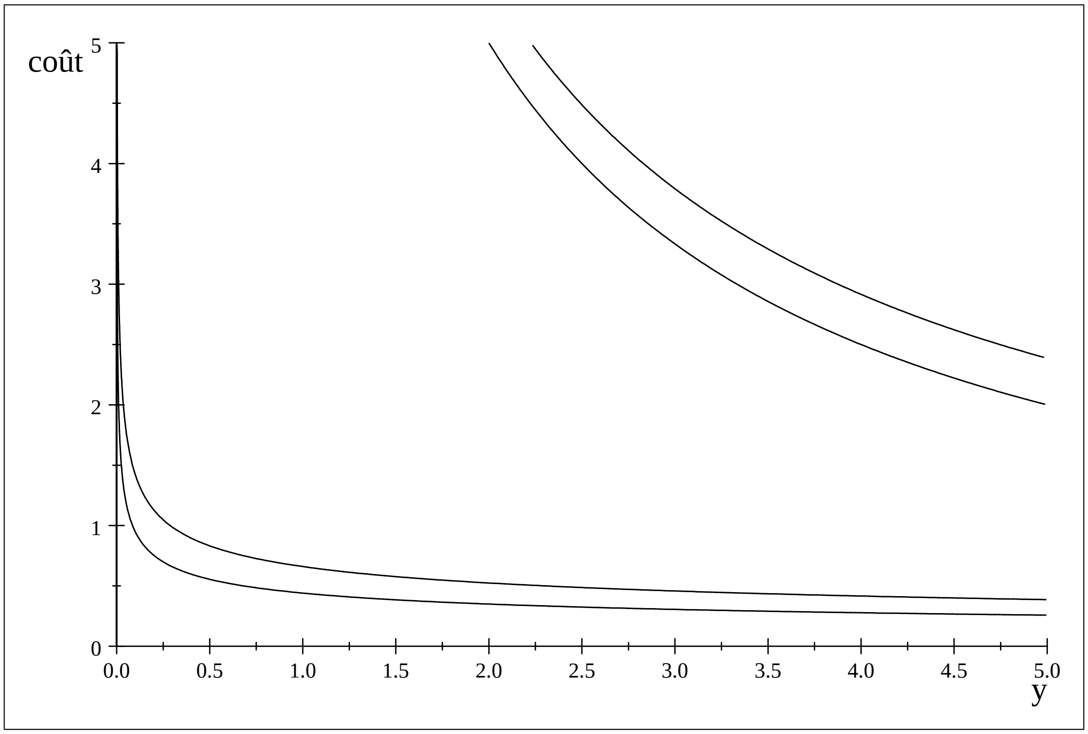
d'où l'on tire la fonction de coût marginal de court terme $C_m^{CT}(p_1, p_2, p_3, y)$:

$$C_m^{CT}(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{\partial C^{CT}(p_1, p_2, p_3, y)}{\partial y} = \frac{2 p_2^{2/3} p_3^{1/3}}{200^{2/7} y^{1/3}}$$

et la fonction de coût total moyen de court terme $CM^{CT}(p_1, p_2, p_3, y)$:

$$CM^{CT}(p_1, p_2, p_3, y) = \frac{C^{CT}(p_1, p_2, p_3, y)}{y} = \frac{10p_1}{y} + \frac{3}{y^{1/3} 200^{2/3}} p_2^{2/3} p_3^{1/3}$$

Si l'on graphe les courbes de coût marginal, de coût total moyen, de coût variable moyen et de coût fixe moyen, nous obtenons (identifier les courbes):



(d) Trouver le nombre de firmes et le prix associé à un équilibre concurrentiel de long terme (la demande de boulons est donnée par la relation

$$Q = 150 - p$$

où Q désigne la quantité de boulons demandée et p, le prix d'une unité de boulon.

Réponse:

Les coûts moyens et marginaux étant décroissants, une entreprise considérant le prix du bien qu'elle vend comme une donnée indépendante de son contrôle et voulant maximiser ses profits aura toujours intérêt à accroître sa production. Elle souhaitera donc devenir "infiniment grande". A terme, une telle firme va produire un niveau de production qui épuisera la capacité d'absorbtion du marché. Le modèle de concurrence parfaite est évidemment inadapté à l'étude d'une telle firme qui présente les caractéristiques d'un monopole naturel.

5) Trouver la fonction de coût de long terme associée à la technologie

$$f(x_1, x_2) = \ln(1 + x_1) + \ln(1 + x_2)$$

(vous supposerez les prix des facteurs égaux à 1).

Réponse:

Le coût minimum $C(y)$ de produire y unités d'output lorsque les prix des deux facteurs sont fixés à 1 est défini par:

$$\begin{aligned} C(y) &= \min_{x_1,x_2} x_1 + x_2 \text{ sous contrainte que} \\ \ln(1+x_1) + \ln(1+x_2) &\geq y. \end{aligned} \tag{14}$$

Comme dans tout problème de ce type, une firme qui minimise son coût n'emploira jamais les facteurs à un niveau d'utilisation supérieur à ce qui est strictement requis pour produire y unités d'output. La contrainte (14) sera donc satisfaite à égalité par tout niveau d'utilisation des deux facteurs qui minimise le coût de produire un niveau donné d'output. En partant de cette contrainte satisfaite à égalité et en la rééécrivant comme:

$$x_1 = \frac{e^y}{1+x_2} - 1 \tag{15}$$

on peut la substituter dans la fonction objectif de la firme et réécrire la fonction de coûts comme:

$$C(y) = \min_{x_2} \frac{e^y}{1+x_2} - 1 + x_2.$$

La condition de premier ordre que doit nécessairement satisfaire le niveau optimal $x_2^*(y)$ d'emploi du facteur 2 est:

$$\begin{aligned} \frac{-e^y}{(1+x_2^*(y))^2} + 1 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \\ x_2^*(y) &= e^{y/2} - 1 \end{aligned}$$

En substituant cette expression dans (15) satisfaite à égal, nous obtenons:

$$\begin{aligned} x_1^*(y) &= \frac{e^y}{1+x_2^*(y)} - 1 \\ &= e^{y/2} - 1 \end{aligned}$$

La fonction de coûts s'écrit donc:

$$\begin{aligned} C(y) &= x_1^*(y) + x_2^*(y) \\ &= 2e^{y/2} - 2 \end{aligned}$$

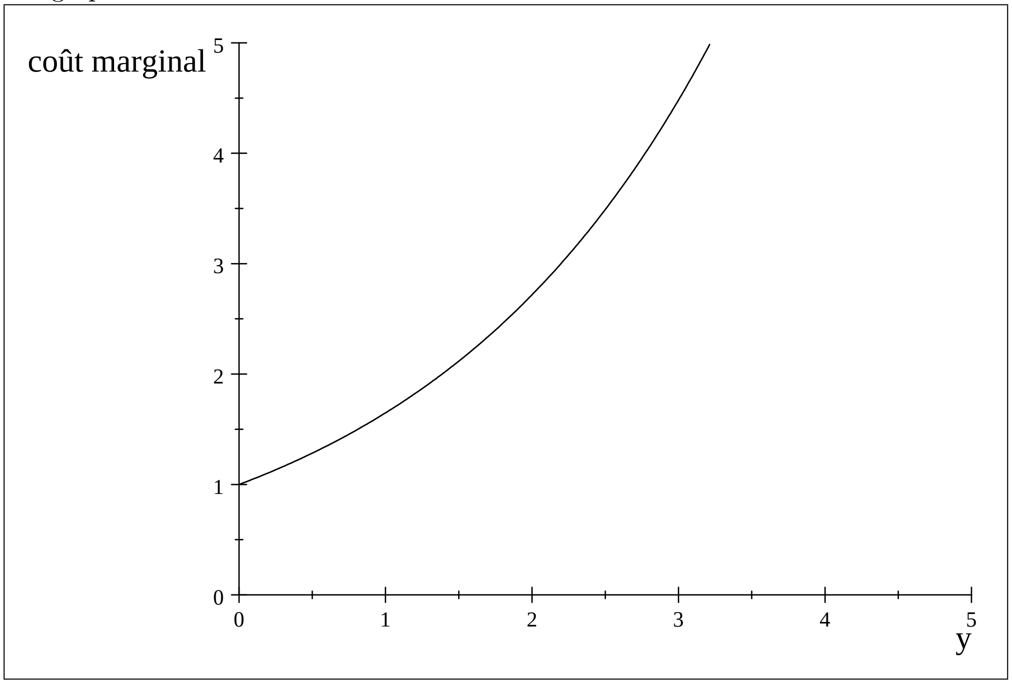
d'où l'on tire la fonction de coût marginal $Cm(y)$:

$$Cm(y) = C'(y) = e^{y/2}$$

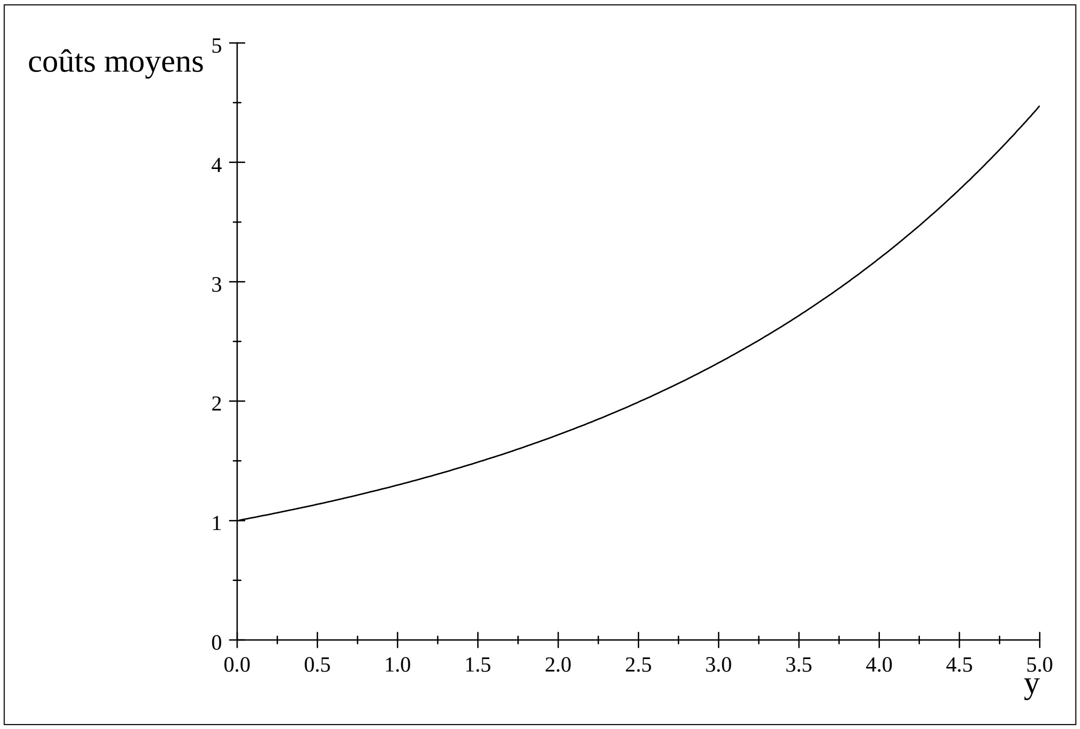
et la fonction de coût moyen $CM(y)$:

$$CM(y) = \frac{C(y)}{y} = \frac{2}{y}[e^{y/2} - 1]$$

Les graphes de ces courbes de coûts sont les suivants:



$$y = \frac{2e^{x/2} - 2}{x}$$



Les coûts moyens sont donc partout croissants (ce qui signifie que les coûts marginaux sont toujours supérieurs aux coûts moyens).

6) La technologie de production de boulons auquel a librement accès une entreprise sur un marché en concurrence parfaite a une fonction de coûts de long terme donnée par

$$C(y) = 30y - 10y^2 + y^3$$

Déterminer le nombre d'entreprises actives sur ce marché et le prix des boulons à l'équilibre de concurrence parfaite (vous supposerez la demande de boulon de l'exercice 4 (d).

Réponse: A l'équilibre de long terme de concurrence parfaite, le prix de marché est égal au coût marginal de chacune des firmes actives sur le marché et aucune d'elle ne fait de profit économique. Pour qu'une firme ne fasse pas de profit, il faut que le prix soit égal au coût moyen. On doit donc avoir comme condition que le coût marginal soit égal au coût moyen. La fonction de coût marginal $Cm(y)$ de chaque firme est donnée par:

$$Cm(y) = C'(y) = 30 - 20y + 3y^2$$

alors que la fonction de coûts moyen $CM(y)$ est donnée par:

$$CM(y) = \frac{C(y)}{y} = 30 - 10y + y^2$$

Le niveau de production y^* d'une firme qui égalise le coût marginal au coût moyen est donc défini par l'équation:

$$\begin{aligned} Cm(y^*) &= CM(y^*) \\ &\Longleftrightarrow \\ 30 - 20y^* + 3y^{*2} &= 30 - 10y^* + y^{*2} \\ &\Longleftrightarrow \\ 2y^{*2} - 10y^* &= 0 \\ &\Longleftrightarrow \\ 2y^*(y^* - 5) &= 0 \end{aligned}$$

Les deux solutions de cette équation sont donc $y^* = 0$ et $y^* = 5$. La première de ces deux solutions est à exclure car le coût moyen n'est pas défini à un niveau de production nul. Chaque firme doit donc produire 5 unités et percevoir, pour chaque unité vendue, un prix p^* égal au coût moyen de produire 5 unités. Ce prix p^* est donc défini par:

$$\begin{aligned} p^* &= 30 - 10y^* + y^{*2} \\ &= 30 - 50 + 25 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Si la quantité demandée Q_d de ce produit par les consommateurs est donnée par:

$$Q_d = 150 - p$$

les consommateurs souhaiteront consommer 145 unités du bien au prix de 5. Dans la mesure où chaque entreprise produit 5 unités, 29 entreprises seront actives sur le marché pour produire le bien.

Supposons maintenant que le gouvernement restreigne l'entrée sur le marché des boulons en vendant des licences de production de boulons. Plus précisément, supposons qu'il n'y ait que 10 entreprises autorisées à produire des boulons. Quelle somme d'argent maximale serait prête à payer une entreprise pour obtenir une licence supplémentaire (et ainsi entrer sur le marché du boulon) ?

Réponse:

Une entreprise en concurrence parfaite produit une quantité de bien déterminée par l'égalisation du prix et du coût marginal. Le comportement d'offre d'une firme individuelle est donc donné par:

$$\begin{aligned}
p &= Cm(y) = 30 - 20y + 3y^2 \\
&\Leftrightarrow \\
y &= \frac{20}{6} \pm \frac{\sqrt{400 - 360 + 12p}}{6} \\
&= \frac{10}{3} \pm \frac{\sqrt{40 + 12p}}{6} \\
&= \frac{10}{3} \pm \frac{\sqrt{10 + 3p}}{3} \\
&= \frac{10}{3} + \frac{\sqrt{10 + 3p}}{3}
\end{aligned}$$

en ne gardant que la racine positive (car une quantité négative n'a pas de sens économique). Si l'on note Q_O la quantité offerte du bien par 10 entreprises, nous pouvons donc écrire:

$$Q_O = \frac{100}{3} + 10\frac{\sqrt{10 + 3p}}{3}$$

Le prix $\widetilde{p}$ qui égalise cette quantité offerte à la quantité demandée par les consommateurs est défini par l'égalité:

$$\begin{aligned}
\frac{100}{3} + 10\frac{\sqrt{10 + 3\widetilde{p}}}{3} &= 150 - \widetilde{p} \\
&\Longleftrightarrow \\
\sqrt{10 + 3\widetilde{p}} &= 35 - \frac{3\widetilde{p}}{10}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
10 + 3\widetilde{p} &= (35 - \frac{3\widetilde{p}}{10})^2 \\
10 + 3\widetilde{p} &= 1225 - \frac{105\widetilde{p}}{5} + \frac{9\widetilde{p}^2}{100}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$1215 - 24\widetilde{p} + \frac{9\widetilde{p}^2}{100} = 0$$

Les deux racines de cette équation quadratique sont $\widetilde{p} = 67,929$ et $\widetilde{p} = 198,74$. Seule la première nous intéresse car la seconde impliquerait qu'une quantité négative du produit soit demandée par les consommateurs (la demande est nulle si le prix est supérieur à 150). A ce prix, chacune des 10 firme produit une quantité $\widetilde{y}$ définie par:

$$\begin{aligned}
\widetilde{y} &= \frac{10}{3} + \frac{\sqrt{10 + 367,929}}{3} \\
&= 9,8135
\end{aligned}$$

Le coût moyen de produire cette quantité est donné par: $CM(9,8135) = \frac{C(y)}{y} = 30 - 98,135 + (9,8135)^2 = 28,170$. Le prix étant de $67,929$, chaque firme réalise donc un profit par unité de $67,929 - 28,170 = 39,759$ et un profit total de $9,8135 \times 39,759 = 390,17$. Une firme privé d'accès à ce marché serait donc prête à payer au maximum une somme de $390,17$ unités de monnaie pour avoir le droit d'opérer sur ce marché et y réaliser ces profits économiques substantiels.