

## Exercices de fiscalité

**QUESTION 1** Barbarella a des préférences pour les cerises (dont les quantités sont désignées par  $x$  et le cognac  $y$  décrites par

$$U_B(x_B, y_B) = 20 \ln x_B + y_B$$

Tandis que les préférences de son compagnon Antonin pour les deux mêmes biens sont données par

$$U_A(x_A, y_A) = x_A y_A$$

Barbarella est dotée initialement de 4 kilos de cerises et 6 bouteilles de cognac tandis que tandis qu'Antonin est doté initialement de 3 kilos de cerises et de 6 bouteilles de cognac. Un gouvernement bienveillant, qui n'aime pas voir Barbarella s'abreuver excessivement de Cognac, aimerait bien voir nos deux comparses consommer les quantités  $(x_B, y_B, x_A, y_A) = (5, 4, 2, 8)$ .

- a) Démontrer que cette allocation est Pareto optimale.
- b) Le gouvernement aimerait pouvoir trouver un système d'impôts forfaitaires qui amèneraient naturellement Barbarella et Antonin à consommer les quantités de cerises et de cognac jugées adéquates en prenant comme donnés un certain système de prix. Pouvez vous trouver calculer ces impôts forfaitaires et ce système de prix? (posez le prix du cognac égal à un).

**QUESTION 2:** Considérons une économie composée de deux individus : un capitaliste et un prolétaire. Le capitaliste possède l'unique entreprise capable de produire du tofu à partir de travail au moyen de la technologie  $y \geq 4x^{1/2}$ . Le capitaliste et le prolétaire ont les mêmes préférences pour le loisir et le tofu représentées par la fonction d'utilité  $U(L, x) = L^{1/2} x^{1/2}$ . Chaque individu est doté de 2 unités de temps disponible à allouer entre le travail et le loisir.

- (a) Déterminer l'allocation d'équilibre général concurrentiel de cette économie.
- (b) Déterminer l'allocation de loisir et de tofu que choisirait un planificateur social utilitariste et trouver un système de prix et de transferts/impôts forfaitaires qui pourrait la décentraliser
- (c) Déterminer l'incidence qu'aurait la mise en place d'un régime de cotisation de charges sociales sur la masse salariale des entreprises de 20% dans cette économie par rapport à l'équilibre général trouvé en a)

### QUESTION 3

Rogatien et Amélie sont tous deux amateurs de vin et de fromage. Rogatien supporte cependant très mal l'alcool de sorte qu'il ne peut s'empêcher de se comporter de façon grossière et machiste dès qu'il consomme la moindre quantité de vin, au grand dam d'Amélie. Si on désigne par  $g$  la quantité de grossièretés prononcées par Rogatien et par  $v$  la quantité de vin consommée par lui, la relation entre  $g$  et  $v$  est donnée par  $v = g$ . Les préférences d'Amélie pour le vin, le fromage et les grossièretés qu'elle doit subir de la part de son compagnon sont décrites par la fonction d'utilité suivante:

$$U_A = \frac{v_A f_A}{g}$$

Les préférences de Rogatien pour le vin et le fromage sont représentées par la fonction d'utilité:

$$U_R = v_R f_R$$

Rogatien et Amélie sont chacun doté initialement de 1/2 unité de vin et 1/2 unité de fromage. On constate, en utilisant le fromage comme numéraire, que le prix du vin s'établit à 1 et que, dans ce contexte, les deux comparses décident de ne consommer ni plus ni moins que le niveau de leur dotation initiale.

(a) Montrer que l'allocation de vin et de fromage qui résulte de l'équilibre concurrentiel n'est pas efficace.

(b) Trouver un taux de taxation Pigouvienne ad valorem du vin qui permettrait de conduire l'économie vers une allocation Pareto-efficace. Que devrait faire l'Etat du produit de cette taxation ? Commenter.

### QUESTION 4

Trouver la structure optimale de la taxation indirecte au sens de Ramsey lorsqu'il n'y a qu'un seul agent doté de préférences de type Cobb-Douglas et lorsque le nombre de biens (en plus du loisir) est de 2.

QUESTION 5 Une communauté se compose de deux individus, Léandre et Éléonore, chacun doté d'une demie unité de salsepareille et de temps disponible. La cueillette de salsepareille s'effectue selon la technologie  $S = L$  où  $S$  et  $L$  désignent, respectivement, la quantité de salsepareille produite et la quantité de travail engagée. Les préférences d'Éléonore et de Léandre pour la salsepareille et le loisir sont représentables, respectivement, par les fonctions d'utilité suivantes:

$$U_E(l_E; x_E) = l_E^{\frac{1}{2}} x_E^{\frac{1}{2}}$$

et

$$U_L(I_L; x_L) = I_L^{\frac{1}{2}} x_L^{\frac{1}{2}}$$

où  $I_i$  et  $x_i$  (pour  $i = E; L$ ) représentent, respectivement, la quantité de loisir et de salsepareille consommée par  $i$ . Dans cette économie, Léandre et Éléonore vont s'échanger du temps contre de la salsepareille, la seule contrainte est que aucun des deux partenaires ne pourra consommer plus d'une demie unité de temps. Les dotations en temps, contrairement à celles de salsepareille, ne sont pas transférable d'un individu à l'autre. Un gouvernement est chargé de veiller au bien être de nos deux comparses. L'objectif de ce gouvernement est la maximisation de la fonction de bien être social  $W()$  définie par  $W(x_E; x_L; I_E; I_L) = U_E(I_E; x_E)U_L(I_L; x_L)$ . Pour atteindre son objectif, le gouvernement ne peut taxer que la salsepareille (il ne peut bien évidemment pas taxer ou distribuer du temps).

a) Trouvez une allocation de temps et de Salsepareille qui soit socialement optimale du point de vue de ce gouvernement

b) Existe-t-il un système de taxation qui permettrait de générer l'allocation calculée en a) comme résultat d'un équilibre général? Si oui, Calculez le

QUESTION 6 : Un économètre a partitionné les dépenses de consommation des Européens en 2 grandes catégories de biens: Les biens dits essentiels (alimentation, vêtements, logement et transports) dans la première catégorie et les biens récréatifs dans la seconde. Le comportement de consommation de ces 2 biens et du loisir des Européens peut s'exprimer comme résultant de la maximisation de la fonction d'utilité directe  $U$  définie par

$$U(x_1; x_2; x_3) = \ln x_1 + \ln(\min(x_2; x_3))$$

où  $x_j$  (pour  $j = 1; 2$ ) désigne les dépenses consacrées aux biens de la catégorie  $j$  et  $x_3$  désigne la quantité de loisir dont dispose l'individu. En supposant que le travail est la seule source de revenu des ménages européens, pourrait-on affirmer, sur la base du comportement révélé par cette fonction d'utilité, qu'une taxation des deux biens à taux uniforme est préférable à une taxation différenciée ? Justifier avec soin

QUESTION 7) Imaginez que vous disposiez d'observations répétées sur le comportement de consommation de quelques catégories de bien d'un échantillon de ménages français ainsi que sur les prix de ces biens et sur les revenus de ces ménages. Comment vous y prendriez-vous, à partir de ces informations, pour déterminer la structure optimale de la taxation indirecte en France ?

QUESTION 8) Supposons une économie à deux agents et à deux biens (en plus du loisir). Chacun des deux agents dispose d'une unité de temps disponible qu'il peut allouer au loisir et au travail. L'unité de travail de l'agent 1 est rémunérée à un salaire de 5 et celle de l'agent 2, à un salaire de 10. Un gouvernement souhaite prélever une somme de 2 unités de numéraire en taxant chacun des deux biens au moyen d'une taxe ad valorem. Le gouvernement ne peut pas taxer de manière différenciée les revenus de travail des deux agents (il peut taxer à un même taux les deux revenus de travail mais il est alors équivalent de supposer qu'il ne peut pas taxer les revenus de travail, comme vous avez contribué à le démontrer). Les deux agents ont la même fonction d'utilité  $U(x_1; x_2; L)$  (L désigne la fraction du temps disponible allouée au loisir) pour les trois biens dé...

$$U(x_1; x_2; L) = 2 \ln x_1 + \ln x_2 + L$$

Le gouvernement évalue l'intérêt général au moyen de la fonction de bien être social  $W(u_1; u_2) = (u_1^r + u_2^r)^{\frac{1}{r}}$  si  $r \leq 0$  et  $W(u_1; u_2) = \ln u_1 + \ln u_2$  autrement avec  $r > 1$ , un paramètre mesurant l'aversion pour l'inégalité de bien être du gouvernement ( $r \rightarrow 1$  correspond à la fonction Rawlsienne,  $r = 1$ , à la fonction utilitariste, etc.). Trouver les taux de taxe ad valorem  $t_1$  et  $t_2$  optimaux (ces taux seront une fonction précise de  $r$ ). Indiquer comment cette taxation évolue au fur et à mesure que l'aversion pour l'inégalité augmente.

QUESTION 9 Emmanuelle a des préférences pour le loisir et la consommation représentées par la fonction d'utilité

$$U(L; C) = \frac{LC}{L + C}$$

Elle dispose de 600 heures de temps disponible par mois qu'elle peut allouer au loisir et au travail. Emmanuelle est éligible au RMI de 2400F par mois. Elle ne dispose d'aucun revenu d'autres sources que le travail. Elle doit déduire du montant de base du RMI qu'elle pourrait toucher l'intégralité de ses revenus d'activités. Plus précisément, si on désigne par  $x$  l'allocation versée à Emmanuelle par les autorités au chapitre du RMI et par  $R$  les revenus d'activité déclarés par Emmanuelle, on a

$$x = \max(2400 - R; 0)$$

Son salaire horaire net de charges sociales et d'impôts sur le revenu est de 36F par mois.

- (a) Ecrire la contrainte budgétaire à laquelle est confrontée Emmanuelle ?
- (b) Combien d'heures de travail choisira de travailler Emmanuelle ?
- (c) Déterminer l'impact qu'aurait, sur l'offre de travail d'Emmanuelle, d'une réforme de type ACR dans le mode de perception du RMI qui remplacerait l'ancien mode de calcul de l'allocation par

$$x = \max(2400; 0; 4R; 0)$$

- (d) (exercice scolaire) Trouver la fonction d'offre Hicskienne de travail d'Emmanuelle et la fonction d'utilité indirecte sur les deux segments de sa contrainte budgétaire.

QUESTION 10 Une économie se compose de Bobépine et Abdallah. Bobépine a une productivité de 1 et Abdallah, une productivité de 2. Le gouvernement ne peut observer la productivité des deux individus et souhaite redistribuer les revenus entre ces deux agents au moyen d'une taxation linéaire de forme

$$t = T + tw_i h_i$$

où (pour  $i =$  Abdallah, Bobépine)  $w_i$  et  $h_i$  désignent, respectivement, la productivité (égale au salaire horaire brut) et le nombre d'heures travaillées par l'agent  $i$ . L'objectif redistributif du gouvernement s'exprime par une fonction de bien être social

$$W(u_1; u_2) = (u_1^r + u_2^r)^{\frac{1}{r}}$$

avec  $r$ , un paramètre d'aversion pour l'inégalité. Chaque agent dispose de 168 heures de temps disponible par semaine. Ce temps peut être alloué au loisir et au travail. Les préférences de chaque agent pour le loisir ( $L$ ) et la consommation ( $C$ ) sont représentées par la fonction d'utilité (identique chez les deux agents)

$$U(L; C) = \ln L + \ln C$$

- (a) Trouver le montant minimal de transfert en haut duquel personne ne choisirait de travailler
- (b) Trouver le taux d'impôt optimal (votre réponse sera une fonction de  $r$ )
- (c) Pour quelles valeurs de  $r$  le taux d'impôt optimal choisi par le gouvernement conduira-t-il Bobépine à ne pas travailler ?