2ème année de Magistère, 2ème série d'exercices de microéconomie

Nicolas Gravel, Université de la Méditerranée

October 30, 2003

Exercice 1

(a) Les préférences de Shasikanta pour différents paniers de biens qu'il peut se procurer sont définies de la manière suivante. Pour chaque paire de paniers A et B, Shasikanta trouve le panier A strictement préférable au panier B si le panier A contient une quantité strictement plus grande d'au moins un bien que le panier B. Par ailleurs, Shasikanta n'est indifférent entre deux paniers A et B que si ces paniers sont égaux (i.e. contiennent les mêmes quantités des deux biens). Dire, en le justifiant, si les préférence de Shasikanta sont transitives, complètes, continues, localement non saturables et convexes.

(b) Les préférences $\succeq$ de Titus pour le vin (le bien 1) et la bière (le bien 2) sont définies par

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2 \text{ et } \max\ (x_1, x_2) \geq \max\ (y_1, y_2)$$

Dire, en le justifiant, si les préférence de Titus sont transitives, complètes, continues, localement non saturables et convexes.

Exercice 2 Mahdi consomme trois biens. On a observé attentivement son comportement de consommation et on a recueilli sur celui-ci les informations suivantes

observation	p_1	p_2	p_3	x_1	x_2	x_3
1	1	2	3	3	2	1
2	2	1	3	3,5	2	0,5
3	2	2,25	1	2	3	1

Le comportement de Mahdi satisfait-t-il l'axiome faible de la préférence révélée ? Le comportement de consommation de Mahdi est-t-il conforme aux postulats de la théorie du consommateur ?

Exercice 3 On considère le profil de préférences suivant qu'ont 100 électeurs pour les cinq candidats a, b, c, d et e.

20 électeurs	25 électeurs	30 électeurs	10 électeurs	15 électeurs
a	d	b	c	a
e	e	d	b	b
c	a	e	d	e
b	b	c	e	c
d	c	a	a	d

Un tel profil de préférences peut-il entraîner de la manipulation dans le cadre d'une procédure électorale à deux tours où s'affrontent au second tour les deux candidats ayant obtenu le plus de voix au premier ? Justifiez avec soin votre réponse.

Exercice 4 Un économètre a partitionné les dépenses de consommation des Européens en 2 grandes catégories de biens: Les biens dits essentiels (alimentation, vêtements, logement et transports) dans la première catégorie et les biens récréatifs dans la seconde. Le comportement de consommation de ces 2 biens et du loisir des Européens peut s'exprimer comme résultant de la maximisation de la fonction d'utilité directe U définie par

$$U(x_1, x_2, x_3) = \ln(1 + x_1) + \ln(1 + x_2) + x_3$$

où x_j (pour $j = 1, 2$) désigne les dépenses consacrées aux biens de la catégorie j et x_3 désigne la quantité de loisir dont dispose l'individu. En supposant que le travail est la seule source de revenu des ménages européens, et que le ménage européen représentatif est doté d'au moins 2 unités de temps disponible, pourrait-on affirmer, sur la base du comportement révélé par cette fonction d'utilité, qu'une taxation des deux catégories de biens à taux uniforme est préférable à une taxation différenciée ? Justifier avec soin

Exercice 5 Une population d'un pays est divisée en 5 catégories de revenu (ordonnées des plus pauvres aux plus riches). Une réforme fiscale a pour effet de modifier la distribution de revenus (en milliers d'euros/an) entre les individus représentatifs de chaque catégorie et de la faire passer de $(2, 3, 5, 7, 12)$ à $(3, 2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 8, 10)$. Pourrait-on qualifier une telle réforme fiscale de *progressive* ? Justifier avec le plus grand soin.

Exercice 6) Considérez le critère usuel d'analyse "avantages-coûts" qui recommande d'accepter un projet à chaque fois que la somme des *variations compensatrices* (disposition à payer) est positive. Interprétez cette règle comme une méthode de décision collective qui génère une relation binaire qui "préfère" l'état des choses prévalant après le projet à celui existant avant le projet si la somme est positive, est "indifférente" entre les deux états si la somme est nulle et "préfère" le statu quo si la somme est négative.

a) Lequel (lesquels) des axiomes d'Arrow (domaine non-restreint, Pareto, absence de dictature, indépendance par rapport aux alternatives non-pertinentes) cette règle satisfait-elle? Expliquez votre réponse.

b) Quelle est l'éthique redistributive qui sous-tend implicitement cette règle de décision? Qu'en pensez vous?

Exercice 7) Considérez les axiomes suivants qu'une règle de décision collective R (avec facteur asymétrique et symétrique P et I respectivement) peut satisfaire (dans ce qui suit, R_i désigne la relation de préférence de l'individu i (i=1,...,n) et P_i et I_i désignent, respectivement, la relation de stricte préférence et d'indifférence correspondant à R_i).

Pareto-Indifférence (PI): si $x\ I_i\ y$ pour tout i, alors $x\ I\ y$.

Axiome affaibli de Pareto (AP): $x\ P_i\ y$ pour tout i implique $x\ P\ y$.

Axiome fort de Pareto (FP): Si $x\ R_i\ y$ pour tout i et si, pour au moins un individu j, $x\ P_j\ y$, alors $x\ P\ y$.

Indépendance par rapport aux états non-pertinents (I). Pour tous états x et y, et pour toutes combinaisons (R_1,...,R_n) et (R_1',...,R_n') telles que, pour chaque individu i, $x\ R_i\ y \leftrightarrow x\ R_i'\ y$, si la société préfère faiblement x à y lorsque la combinaison est (R_1,...,R_n) alors la société doit préférer faiblement x à y lorsque la combinaison est (R_1',...,R_n') et inversement, si la société préfère faiblement x à y lorsque la combinaison est (R_1',...,R_n'), alors la société doit préférer faiblement x à y lorsque la combinaison est (R_1,...,R_n).

Absence de dictature (AD): Il n'existe pas d'individu i tel que, quelques soient les préférences R_i qu'il ou elle puisse avoir, $x\ R_i\ y$ implique $x\ R\ y$.

Imaginez maintenant que l'ensemble $\boldsymbol{X}$ des états possibles soit $\boldsymbol{X}=\{a,b,c,d\}$ et que la société ne comprennent que deux individus. Supposez que le domaine de préférences que les deux individus peuvent avoir est l'ensemble de tous les ordres logiquement possibles sur $\boldsymbol{X}$. Pour chacune des règles de décisions collectives suivantes, indiquez, *en justifiant*, si elle satisfait (PI), (AP), (FP), (I) et (AD) et si elle est un *ordre* sur $\boldsymbol{X}$.

a) Pour tous x et y et pour toutes combinaisons (R_1,R_2) de préférences individuelles, $x\ P_1\ y$ implique $x\ P\ y$ et $x\ I_1\ y$ implique $x\ I\ y$.

b) Pour tous x et y et pour toutes combinaisons (R_1,R_2) de préférences individuelles, $x\ R\ y$.

c) Pour tous x et y et pour toutes combinaisons (R_1,R_2) de préférences individuelles, $x\ P_1\ y$ implique $y\ P\ x$ et $x\ I_1\ y$ implique que x et y sont comparés selon la règle de classement $a\ P\ b\ P\ c\ P\ d$ (avec P transitive).

Exercice 8) Le problème examiné par Arrow est de construire une règle sociale (ou collective) de classement des états économiques à partir des préférences qu'ont les membres de la société pour ces mêmes états. Désignons par $R(\langle R_i\rangle)$ la règle étudiée par Arrow (qui est une fonction de la combinaison des préférences individuelles $\langle R_i\rangle$ (i=1,...,n)). Le théorème d'Arrow énonce qu'il n'existe qu'il est impossible de trouver une telle règle qui satisfasse les axiomes suivants:

i) R est réflexive et transitive
ii) R est réflexive et complète
iii) R est définie sur l'ensemble de toutes les combinaisons possibles de préférences individuelles pour les alternatives contenues dans l'ensemble $\boldsymbol{X}$ des alternatives possibles
iv) pour deux combinaisons de préférences $\langle R_i\rangle$ et $\langle R_i'\rangle$ telles que, pour chaque individu i, $x\ R_i\ y$ si et seulement si $x\ R_i'\ y$, $x\ R(\langle R_i\rangle)\ y$ si et seulement si $x\ R(\langle R_i'\rangle)\ y$
v) R n'est pas dictatoriale (il n'existe pas d'individu i tel que, quelque soit la combinaison de préférences $\langle R_i\rangle$, $x\ P_i\ y$ implique nécessairement que $x\ P(\langle R_i\rangle)\ y$.
vi) R satisfait le principe de Pareto (si tous les individus préfèrent faiblement x à y alors la société doit également préférer x à y et si un individu j préfère strictement x à y tandis que tous les autres individus préfèrent faiblement x à y alors la société doit préférer strictement x à y.

Montrer, au moyen d'exemples, que les axiomes utilisés pour démontrer le théorème d'Arrow sont indépendants (i.e. pour chacun des axiomes, trouver une règle R qui satisfait les cinq autres axiomes).

Exercice 9) Considérez une économie d'échange à deux biens impliquant deux individus, Adam et Eve. Les préférences de Adam et d'Eve sont données, respectivement, par

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + 2\,x_2^A$$

et

$$U^E(x_1^E, x_2^E) = 2\,x_1^E + x_2^E$$

où x désigne la consommation du bien i par l'individu j. Les dotations initiales des agents sont $\omega^A = (4,0)$ et $\omega^E = (0,5)$.
a) Calculer l'équilibre général de cette économie.
b) Qu'arrive t-il à la consommation d'équilibre d'Eve si sa dotation initiale du bien 2 augmente?
c) l'allocation d'équilibre constitue t-elle un optimum de Pareto? Expliquer
d) Imaginons qu'Adam devienne jaloux d'Eve et que ses préférences deviennent

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + x_2^A - x_2^E$$

Refaire les questions a)-c) et expliquer la différence.

Exercice 10 Démontrez qu'un équilibre Walrassien obtenu à partir d'une distribution égalitaire des dotations initiales est équitable (ie.. qu'il implique une absence d'envie).

Exercice 11 Barbarella a des préférences pour les cerises (dont les quantités sont désignées par x et le cognac y décrites par

$$U_B(x_B, y_B) = 20 \ln x_B + y_B$$

Tandis que les préférences de son compagnon Antonin pour les deux mêmes biens sont données par

$$U_A(x_A, y_A) = x_A\, y_A$$

Barbarella est dotée initialement de 4 kilos de cerises et 6 bouteilles de cognac tandis que tandis qu'Antonin est doté initialement de 3 kilos de cerises et de 6 bouteilles de cognac. Un gouvernement bienveillant, qui n'aime pas voir Barbarella s'abreuver excessivement de Cognac, aimerait bien voir nos deux comparses consommer les quantités $(x_B, y_B, x_A, y_A) = (5,4,2,8)$.

a) Démontrer que cette allocation est Pareto optimale.
b) Le gouvernement aimerait pouvoir trouver un système d'impôts forfaitaires qui amèneraient naturellement Barbarella et Antonin à consommer les quantités de cerises et de cognac jugées adéquates en prenant comme donnés un certain système de prix. Pouvez vous trouver calculer ces impôts forfaitaires et ce système de prix? (posez le prix du cognac égal à un).

Exercice 12 Soit une économie avec deux individus, Tarzan et Loana ayant à se partager 100 unités de radis. Les préférences de Tarzan sont représentées par
$U^T(x^T, x^L) = 2 \min\{x^T, x^L\} - \max\{x^T, x^L\}$ et celles de Loana par
$U^L(x^T, x^L) = x^L$

Aucun surplus ne peut être distribué de sorte que $x^T + x^G = 100$ dans toutes les allocations.

a) Trouvez l'ensemble des utilités possibles
b) Trouvez l'ensemble des allocations Pareto optimales

Exercice 13 Vrai ou faux ? (commenter). Si on remplace l'hypothèse d'Arrow de domaine non restreint par par celle d'un domaine "économique" constitué de toutes les configurations de préférences individuelles sur des allocations de biens qui sont "individualistes" (chaque individu compare les allocations seulement suivant ce qu'il reçoit dans chacune d'elle) et, continues, localement non-saturables et convexes), on peut trouver des fonctions de décision collective qui satisfont cette hypothèse de domaine, la rationalité collective, la non-dictature, l'indépendance par rapport aux alternatives non-pertinentes, et le principe de Pareto.

Exercice 14 Considérez la règle de classement des états économiques R définie, pour une communauté de n individus, par

$$x\ R\ y \leftrightarrow \text{Max}\ [U^1(x),\ldots,U^n(x)] - \text{Min}\ \_[U^1(x),\ldots,U^n(x)] \geq$$
$$\text{Max}\ [U^1(y),\ldots,U^n(y)] - \text{Min}\ [U^1(y),\ldots,U^n(y)]$$

où $U^i(x)$ (pour i=1,...,n) désigne l'utilité de l'individu i dans l'état économique x.

a) L'application de cette règle repose-t-elle sur une définition cardinale de l'utilité?
b) L'application de cette règle exige-t-elle de comparer les utilités entre les individus?
c) En langage ordinaire, que dit cette règle? Vous paraît-elle éthiquement fondée?

Exercice 15 Une économie à deux agents doit produire une certaine quantité de bien public d'un coût total c. Le mécanisme suivant de révélation de préférences pour les biens publics a été imaginé. Chaque agent transmet sous enveloppe scellée une contribution qu'il est prêt à effectuer pour le bien public. Si $b_1 + b_2$ n'est pas inférieur à c, le bien public est produit. Dans le cas contraire, le bien public n'est pas produit et aucune contribution n'est exigée de quiconque. Le niveau efficace de bien public est-il un équilibre de ce jeu ? Existe t-il un autre équilibre à ce jeu ?

Exercice 16 Un gouvernement doit décider de la construction d'un pont. Il y a deux individus dans la société avec les fonctions d'utilité

$$U_i = x_i + V_i \textit{ si un pont est bâti}$$
$$= x_i \textit{ autrement}$$

pour i = 1,2 où x_i désigne la quantité de bien privé transférable consommée par i et V_i, la valeur subjective que i attribue au pont (mesurée en unité de bien privé). L'individu i dispose d'une dotation initiale de y_i unités de biens privé. Le coût de production du pont est de $c > 0$ unités de biens privés. Le gouvernement demande à l'individu i de lui transmettre un montant w_i de biens privé qu'il serait disposé à payer pour construire le pont. Le gouvernement décidera de construire le pont si, et seulement si, $w_1 + w_2$ couvre au moins le coût et exigera dans une telle éventualité de l'individu i le paiement d'un impôt de $c - w_i$.

a) Chaque individu est-il incité à révéler au gouvernement sa véritable disposition à contribuer à la construction du pont ?

b) En utisant un tel mécanisme, le gouvernement collectera t-il suffisamment de fonds pour financer entièrement le coût de construction du pont ?