

EXAMEN DE MICROECONOMIE

Durée totale de l'épreuve : 3h

Documents autorisés : aucun

ATTENTION : Répondre à la partie 1 et à la partie 2 sur deux jeux de copies distincts

Partie 1 (N. GRAVEL)

Exercice 1 (2 points)

Soit $f(x_1, x_2)$ une fonction de production associée à une technologie admettant des rendements d'échelle constants. Montrer que si la productivité moyenne d'un des facteurs est croissante par rapport au niveau d'utilisation de ce facteur, le produit marginal de l'autre facteur doit être négatif.

Exercice 2 (3 points)

La relation \succsim qui décrit les préférences de Carla pour le champagne (bien 1, mesurée en litres par mois) et l'argent disponible à d'autre usage que le champagne (bien 2, mesuré en euros mensuels) définie de la manière suivante. Carla préférera strictement une combinaison de quantités de champagne et d'argent disponible à d'autre usage (x_1, x_2) à une combinaison (y_1, y_2) si $x_1 > y_1$ (la première combinaison contient plus de champagne que la seconde) ou si $x_1 = y_1$ et $x_2 > y_2$ (pour deux combinaisons impliquant la même quantité de champagne, elle préfère celle qui lui laisse plus d'argent disponible à d'autre usage). Carla ne sera indifférente entre deux combinaisons que si celles-ci lui offrent exactement les mêmes quantités de champagne et d'argent.

(a) (1 point) Tracer l'ensemble des combinaisons de champagne et d'argent faiblement préférées à $(4, 1500)$. Tracer également l'ensemble des combinaisons de champagne et d'argent faiblement dominées par $(4, 1500)$, et représenter sur votre dessin la courbe d'indifférence à laquelle appartient $(4, 1500)$.

(b) (1 point) Pouvez vous trouver une fonction d'utilité qui représente numériquement les préférences de Carla ? Si oui, donnez un exemple d'une telle fonction. Si non, indiquez pourquoi.

(c) (1 point) En posant le prix de l'argent à 1, et en notant p le prix du champagne et R la richesse mensuelle de Carla, donnez sa consommation optimale de champagne en fonction de R et de p . Justifiez votre réponse.

$$(x_1, x_2) \succsim (y_1, y_2) \text{ si } x_1 > y_1 \text{ ou } x_1 = y_1 \text{ et } x_2 > y_2$$

Exercice 3 (2 points)

Supposons qu'aux prix $(p_1, p_2) = (5, 10)$, un individu rationnel doté d'une richesse de 100 consomme le panier $(6, 7)$. Supposons qu'un économètre ait estimé les dérivées suivantes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1^H(5, 10, V(5, 10, 100))}{\partial p_1} &= -2 \\ \frac{\partial x_1^H(5, 10, V(5, 10, 100))}{\partial p_2} &= +1 \\ \frac{\partial x_1^M(5, 10, 100)}{\partial R} &= 2/7 \end{aligned}$$

Estimer le panier que choisirait cet individu s'il était confronté aux prix $(p_1, p_2) = (5, 11)$.

Exercice 4 (3 points)

Un économètre a recueilli les informations suivantes sur le comportement d'une firme produisant un output avec deux inputs.

	1er trimestre	2ème trimestre	3ème trimestre
prix de l'output	2	3	2,5
prix de l'input 1	1	0,5	2
prix de l'input 2	1	3	2
quantité d'output	100	100	90
quantité d'input 1	75	100	60
quantité d'input 2	75	55	60

Ce comportement peut-il venir d'une entreprise qui maximise ses profits dans le court terme étant donnée une contrainte technologique dans un environnement parfaitement concurrentiel ? Justifier avec soin.

Partie 2 (H. STAHN)

Exercice 1

Considérons une économie à deux biens : la monnaie et le bien et deux agents: un consommateur et une firme. On suppose que le consommateur est caractérisé par une fonction d'utilité quasi-linéaire donnée par $u(x, m) = m_c + 2\sqrt{x}$ et qu'il dispose de $m_0 = 2$ unités de monnaie. La technologie de la firme est donnée par $Y = \{(q, -m_f) : m_f \geq q\}$ (i.e. la fonction de coût est $c(q) = q$). Le profit est distribué au consommateur

1. Définir une allocation pareto-optimale de cette économie. Puis montrer que la recherche d'une allocation pareto optimal se résume à $\max_{x \in \mathbb{R}} 2\sqrt{x} - x$. Enfin vérifier qu'il y a une seule allocation pareto-optimale donnée par $(q, m_f, x, m_c) = (1, 1, 1, 1)$
2. Construire l'allocation walrasienne associée à cette économie puis proposer un prix p du bien en monnaie qui décentralise l'unique allocation paretienne.

Exercice 2

On considère une économie à deux biens 1, 2 et composée de deux agents A et B dotés de la même fonction d'utilité $u = x_1 x_2$. Les dotations globales de l'économie sont $W = (1, 1)$.

1. En utilisant les conditions marginales traditionnelles, montrer que l'ensemble des allocations Pareto-optimales est

$$\{(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) : (x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) = (x, x, 1-x, 1-x) \text{ avec } x \in [0, 1]\}$$

2. Construire l'utilité obtenue à l'optimum par l'agent A et B puis en déduire que l'ensemble des utilités atteignables est donnée par

$$\{(u^A, u^B) : u^B \leq (1 - \sqrt{u^A})^2 \text{ avec } u^A, u^B \geq 0\}$$

3. En se concentrant sur la frontière de cet ensemble vérifier qu'il n'est pas convexe. Quelles en sont les conséquences dans une logique de choix social.

Questions

1. On rappelle que la non-satiété locale signifie $\forall x \in \mathbb{R}_+^L, \forall \varepsilon > 0, \exists y \in B_\varepsilon(x), y \succ_i x$. En quoi cette hypothèse est-elle cruciale dans la preuve du théorème 1 du bien-être ?
2. Présenter de manière synthétique le théorème d'existence d'un équilibre walrasien en insistant sur les hypothèses nécessaires