

**Université de la Méditerranée, Maîtrise d'économétrie, Micro
économie, T.D 2:**

Exercice 1:

Les préférences d'un consommateur pour deux biens sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2^{\frac{1}{2}}$$

- a) Ces préférences sont-elles convexes ?
- b) Trouver les fonctions (ou les correspondances) de demande Marshallienne et Hicksienne ainsi que les fonctions d'utilité indirecte et de dépense.

Exercice 2: Un individu consomme du logement et de l'argent disponible à d'autre usage que le logement. Les logements sont disponibles dans deux villes différentes: La ville A, et la ville B. L'individu ne peut habiter qu'un seul endroit à la fois. Ces préférences pour les trois biens sont représentées par la fonction d'utilité

$$U(x_1, x_2, x_3) = (x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}})x_3$$

où x_1 , x_2 et x_3 désignent, respectivement, le nombre de mètre carrés habités dans la ville A, le nombre de mètres carrés habités dans la ville B et le nombre d'euros disponibles à d'autre usage que le logement.

- a) Définir l'ensemble de consommation de l'individu. Est-il convexe ?
- b) Définir ses demandes Marshallienne pour chacun des biens. Commenter vos résultats. Ces demandes sont-elles continues ? Pourquoi ?

Exercice 3:

Loana a un revenu aléatoire qui dépend de la demande pour ses prestations. Lorsque la demande est élevée, son revenu est de R_e euros alors qu'il n'est que de R_f euros lorsque la demande est faible. Si elle estime que la probabilité de faible demande est de π , ses préférences pour les décisions incertaines sont représentées par la fonction d'utilité $V(c_e, c_f, \pi) = c_e^{2-2\pi} c_f^{3\pi}$

- (a) Les préférences de Loana sont-elles de type Von Neuman Morgenstern ? Peut-on dire que Loana est risquophobe ?
- (b) Une société d'assurance lui propose de s'assurer contre le risque d'une faible demande pour ses prestations en payant un euro pour un contrat qui lui donne deux euros si la demande pour ses prestations est faible et qui lui donne rien dans le cas contraire. Vous savez que $R_f = 30$ et $R_e = 100$ et que Loana choisit d'acheter 2,5 unités d'assurance. Quelle probabilité attribue Loana à la possibilité que la demande soit faible ?

Exercice 4: Sébastien est actuellement titulaire d'un poste dans une banque publique (où les emplois sont garantis à vie) et gagne 28 000 euros par an. Il a comme collègue une certaine Ginette, experte en informatique mais totalement dénuée de scrupule. Ginette propose à Sébastien d'arrondir ses fins de mois en sabotant les systèmes informatiques de la banque de manière à ce que, pour chaque transaction effectuée, une fraction faible de la somme soit détournée vers un compte auquel auraient accès les deux comparses. Ginette n'est pas certaine de parvenir à manipuler les systèmes informatiques de la banque. De fait, Sébastien estime qu'il y a 7 chances sur 10 qu'elle n'y parvienne pas. En outre, Sébastien estime à 1 chance sur 10 la probabilité que le sabotage soit décelé par les autorités de la banque. Si ce sabotage est décelé, Sébastien sait

qu'il sera mis à la porte et qu'il devra se contenter d'un revenu annuel nul. Si ce sabotage n'est pas décelé, Sébastien gagnera un revenu annuel de 200 000 euros. Confronté à cette proposition, Sébastien opte pour l'honnêteté (et surtout la prudence) en refusant la proposition de Ginette.

Le temps passe et la banque publique est privatisée. On découvre également un déficit énorme qui fait peser d'importantes menace de licenciement sur toute une catégorie de personnel. Sébastien sait qu'il est sur la scellette et qu'il a 7 chances sur 10 d'être licencié. Ginette vient alors le trouver et lui repropose son projet de sabotage des systèmes informatiques de la banque. Depuis sa première proposition, elle a considérablement amélioré sa connaissance des systèmes informatiques de la banque. De fait, Sébastien réalise que, s'il accepte la proposition de Ginette, il a deux chances sur 10 de gagner 200 000 francs par année et 8 chance sur 10 d'être licencié (le sabotage des systèmes informatiques de la banque augmentant son risque de licenciement d'une chance sur 10). Dans ces nouvelles circonstances, et réalisant qu'un comportement honnête (qui ne lui rapporte que 28 000 euros par an) l'expose néanmoins à un risque de licenciement de 7 chances sur 10, Sébastien choisit d'accepter la proposition de Ginette. Le comportement de Sébastien est-t-il compatible avec les hypothèses de Von Neuman -Morgenstern ? Justifier avec soin.

Exercice 5 Blanche Epiphanie vit dans un environnement aléatoire particulier dans lequel il n'y a que deux états de la nature possibles: l'état 1, qui se réalise avec une probabilité de p et l'état 2 qui se réalise avec une probabilité de $1 - p$ (p étant évidemment un nombre compris entre 0 et 1). Blanche Epiphanie dispose d'une richesse de R_1 dans l'état 1 et de R_2 dans l'état 2. Elle classe les différentes perspectives aléatoires auxquelles elle peut se trouver confrontée au moyen d'une fonction d'utilité

$$V(p, R_1, R_2) = [pR_1^2 + (1 - p)R_2^2] \frac{1}{2}$$

(a) Montrer que les préférences de Blanche sont conformes au cadre Von Neuman Morgenstern

(b) Supposons que $R_1 < R_2$. Si on offre à Blanche la possibilité de s'assurer contre tous les aléas en souscrivant à une police d'assurance qui lui verse 1 euro en cas de réalisation de l'état 1 à un prix de p euros par euro de couverture, quelle quantité d'assurance choisira-t-elle d'acheter ?

Exercice 6 Magalie, une jeune femme risquophobe et obéissant au modèle de Von Neuman-Morgenstern qui exerce le métier de guide touristique rémunérée à commission, gagne un revenu de 75 000 euros par an si le climat estival est mauvais (et les touristes sont peu nombreux) et de 100 000 euros si le climat estival est bon. Une compagnie d'assurance lui propose de s'assurer contre le mauvais climat en souscrivant, pour la somme de son choix, à une assurance qui lui donnera 1,25 euros en cas de mauvais climat pour tout franc de souscription. Vous observez que Magalie choisit de souscrire 4000 euros à cette police d'assurance. Quelle probabilité Magalie attribue t-elle à la possibilité d'un mauvais climat ?

Exercice 7 Un individu dont les préférences pour l'incertain satisfont aux hypothèses de Von Neumann-Morgenstern a une fonction d'utilité indirecte pour le revenu (à prix constants) certain donnée par

$$V(y) = 10 \ln y$$

où y désigne le niveau de richesse de l'individu. Cet individu doit décider soit de garer sa voiture au terrain de stationnement municipal (qui coûte 20 euros la journée), soit de la garer illégalement sur la rue et de courir le risque de se faire coller un PV de 40 euros. L'individu connaît bien le quartier et sait que sa probabilité de se faire coller un PV est de $1/2$. Vous observez que l'individu choisit de garer illégalement sa voiture. Que pouvez vous conclure quant à la richesse de cet individu ?

Exercice 8 Un individu a des préférences pour l'incertain représentées par la fonction d'utilité Von Neumann-Morgenstern

$$U(w) = -\frac{1}{w}$$

où w est sa richesse. Cet individu est soumis à une perspective aléatoire dans laquelle sa richesse devient w_1 avec une probabilité p et w_2 avec probabilité $(1 - p)$. Quel est l'équivalent certain de cette perspective aléatoire ?

Exercice 9: Mutt et Jeff sont voisins. Tous deux consomment du loisir et des fleurs. La technologie qui permet de convertir le loisir en fleur est possédée par Jeff et est décrite par la fonction de production

$$y = x^{\frac{1}{2}}$$

où y désigne le nombre d'unités de fleurs produites et x la quantité de travail (ou de loisir) utilisée dans cette production. Chacun des deux comparses bénéficie des achats de fleurs de l'autre qui contribuent à embellir le quartier. Les préférences de Mutt et de Jeff pour le loisir dont il dispose (le bien 1), ses propres fleurs (le bien 2) et les fleurs de son voisin sont représentées, respectivement, par les fonctions d'utilité suivantes

$$U^M(x_1^M, x_2^M) = \left(\frac{1}{x_1^M} + \frac{1}{x_2^M}\right)^{-1} + x_2^J$$

et

$$U^J(x_1^J, x_2^J) = x_1^J x_2^J + x_2^M$$

où x_j^i (pour $i = J, M, j = 1, 2$) désigne la quantité de bien j consommée par l'individu i . Chaque individu ne dispose initialement d'aucune fleur et dispose d'une unité de temps disponible qu'il peut allouer à sa guise entre la production de fleurs (rémunérée à un salaire concurrentiel w) et le loisir. Déterminer les quantités de fleurs et de loisir consommés par les deux individus à l'équilibre général de cette économie. Cet équilibre est-il efficace au sens de Pareto ? Justifier avec soin.