Maîtrise d'économétrie, Université de la Méditerranée, Microéconomie, TD 3.

Le 20 novembre 2002

Question 1 Woo young et Antonella consomment du rutabaga et du temps de loisir. La technologie qui permet de convertir le temps en rutabaga est possédée par Woo Young et est décrite par la fonction de production

$$y = x^{\frac{1}{2}}$$

où y désigne le nombre d'unités de rutabaga produites et x la quantité de temps utilisée dans cette production. Antonella et Woo Young disposent chacun d'1 unité de temps disponible qu'ils peuvent allouer à leur loisir ou au travail de production de rutabaga. Aucune quantité de rutabaga n'est initialement disponible. Les préférences d'Antonella et de Woo Young pour le loisir (le bien 1) et le rutabaga (le bien 2) sont représentées, respectivement, par les fonctions d'utilité suivantes

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A$$

et

$$U^W(x_1^W, x_2^W) = x_1^W x_2^W$$

où x_j^i (pour $i = A, W$, $j = 1, 2$) désigne la quantité de bien j consommée par l'individu i.

(a) En prenant le rutabaga comme numéraire, déterminer le salaire réel, les quantités de loisir (ou les quantités de travail), et les quantités de rutabaga allouées à Antonella et à Woo Young à l'équilibre général concurrentiel de l'économie

(b) L'allocation de ressources associée à l'équilibre concurrentiel trouvé en (a) est-elle intéressante sur le plan normatif ? Plus précisément, est-elle efficace au sens de Pareto ? Est-elle compatible avec votre conception personnelle de la justice distributive ? Argumenter soigneusement la réponse à chacune de ces questions

(c) Déterminer l'allocation de loisir et de rutabaga que choisirait un planificateur social utilitariste et comparer, en se référant éventuellement aux commentaires de la question (b), la réponse avec l'allocation "choisie" par le fonctionnement concurrentiel des marchés trouvée en (c).

(d) Pouvez-vous trouver une paire d'impôts et de transferts forfaitaires qui équilibreraient le budget de l'Etat tout en permettant à l'économie d'aboutir à l'allocation des ressources calculée en (c) comme résultat d'un équilibre général concurrentiel des marchés ? Si non, dire pourquoi. Si oui, trouver ces transferts, déterminer le salaire horaire qui s'établira alors et commenter sa réponse.

Question 2) Iara et Youri sont les seuls habitants d'une économie d'échange qui opère sur le mode de la concurrence pure et parfaite. Iara a des préférences pour les cerises (dont les quantités sont désignées par x) et le cognac (dont les quantités sont notées y) décrites par la fonction d'utilité

$$U^I(x, y) = 20 \ln x + y$$

tandis que les préférences de Youri pour les mêmes biens sont représentées par la fonction d'utilité

$$U^Y(x, y) = xy$$

Iara est dotée initialement de 4 kilos de cerises et de 6 litres de cognac tandis que tandis qu'Youri est doté initialement de 3 kilos de cerises et de 6 litres de cognac.

a) Déterminer l'équilibre l'allocation de cerise et de cognac qui résulterait de l'équilibre général concurrentiel

b) Supposer qu'un gouvernement bienveillant, qui n'aime pas voir Iara s'abreuver excessivement de Cognac, souhaite réaliser l'allocation $(x_I, y_I, x_Y, y_Y) = (5, 4, 2, 8)$ et démontrer la Pareto optimalité de l'allocation.

b) Trouver un système d'impôts forfaitaires et un système de prix qui amèneraient naturellement Iara et Youri à consommer les quantités de cerises et de cognac jugées adéquates.

Question 3) Soit une économie avec deux individus, Tarzan et Godsilla ayant à se partager 100 unités de mortadelle. Les préférences de Tarzan sont représentées par

$U^T\ (x_T, x_G) = 2min\{x_T, x_G\} - max\{x_T, x_G\}$ et celles de Godsilla par $U^G(x_T, x_G) = x_G$

Aucun surplus ne peut être distribué de sorte que $x_T + x_G = 100$ dans toutes les allocations.

a) Trouvez l'ensemble des utilités possibles

b) Trouvez l'ensemble des allocations Pareto optimales

Question 4 Démontrer heuristiquement les énoncés suivants:

(1) Si il existe une unique combinaison de stratégies qui résulte d'une procédure d'élimination itérative de stratégies faiblement dominées, alors cette combinaison est nécessairement un équilibre de Nash.

(2) S'il existe une unique combinaison de stratégies qui résulte d'une procédure d'élimination itérative de stratégies strictement dominées (et ce à chaque étape de la procédure d'élimination), alors cette combinaison constitue l'unique équilibre de Nash du jeu.

(3) Si une combinaison de stratégies est un équilibre de Nash, alors aucune stratégies n'est strictement dominée. Montrer par un exemple que l'énoncé est faux si on remplace "strictement" par "faiblement".

Question 5 On considère le jeu à deux joueurs sous forme normale suivant

		joueur 2		
		gauche	milieu	droite
joueur 1	haut	4,3	2,7	0,4
	centre	5,5	5,-1	-4,-2
	bas	3,3	1,1	-1,7

(a) Que choisira de faire chacun des joueurs ? Sur quel concept de solution est basée votre réponse

(b) Même question avec le jeu légèrement modifié suivant:

		joueur 2		
		gauche	milieu	droite
joueur 1	haut	2,6	2,5	0,4
	centre	5,5	5,-1	-4,-2
	bas	3,3	3,1	-1,7

Question 6 Deux entreprises sont en concurrence pour la production d'un bien unique. L'entreprise 1 a une fonction de coûts $C_1(q_1) = 5q_1 + q_1^2$ tandis que l'entreprise 2 a une fonction de coûts $C_1(q_1) = q_1 + 4q_1^2$. La fonction de demande pour le bien produit par ces deux firmes est $Q = 150 - 2p$ où p est le prix. Trouver les quantités produites, le prix demandé et les profits réalisés par chacune des deux firmes en supposant que les firmes choisissent l'unique combinaison de quantités produites qui passe le test de l'élimination itérative de stratégies dominées. Faire un graphique pour illustrer le raisonnement.

Question 7 Deux adolescents masculins s'amusent à jouer à la "poule mouillée" en roulant à 100kms/heure en sens inverse sur une route étroites des Alpes du Sud. Chacun a le choix entre deux stratégies: foncer ou se ranger sur une aire de stationnement. Le premier adolescent qui se range sur l'aire alors que l'autre fonce en sens inverse passe pour une poule mouillée tandis que l'autre passe pour un homme viril. Si les deux adolescents choisissent de se ranger en même temps, aucun des deux ne passe pour une poule mouillé mais aucun ne passe pour un homme viril. Si aucun des deux ne choisit de se ranger, tous les deux périssent dans la violente collision qui s'en suivra.

(a) Représenter le problème de décision auquel sont confrontés les adolescents sous la forme d'un jeu sous forme normale (1 point)

(b) Déterminer tous les équilibre de Nash en stratégies pures et en stratégies mixtes de ce jeu. Quelle est la probabilité que les deux adolescents restent en vie ?

Question 8 On considère le jeu sous forme normale à trois joueurs suivant (le joueur 1 choisit une ligne, le joueur 2 choisit une colonne et le joueur 3 choisit une matrice)

	gauche	**droite**
haut	1,2,0	2,1,1
bas	0,1,3	1,0,4

A

	gauche	**droite**
haut	1,1,2	2,3,4
bas	0,0,0	1,2,2

B

	gauche	**droite**
haut	1,0,1	5,1,2
bas	10,6,1	8,4,3

C

Faire une prédiction de l'issue du jeu et indiquer le concept de solution utilisé.

Question 9. Archibald, Irma et Nestor veulent faire un cadeau à leur camarade Bianca qui part en congé de maternité. Ils doivent mettre une somme d'argent dans une enveloppe scellée et donner cette enveloppe à leur secrétaire qui se chargera d'acheter le cadeau. Archibald, Irma et Nestor disposent, respectivement, d'un montant maximal de 100, 200 et 300 euros à consacrer à ce cadeau. Les préférences d'Archibald, Irma et Nestor pour le bien privé (dont la quantité est désignée par x) et la valeur du cadeau donné à Bianca (désignée par Z) sont représentées, respectivement, par les fonctions d'utilité $U_A(.)$, $U_I(.)$ et $U_N(.)$ suivantes

$$U_A(x, Z) = x^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}} = U_I(x, Z)$$

et

$$U_N = 2Z^{\frac{1}{2}} + x$$

(a) Quelle contribution au cadeau de Bianca choisiront de faire Archibald, Irma et Nestor à l'équilibre de Nash ?

(b) Montrer que les contributions choisies ne sont pas efficaces au sens de Pareto.

Question 10 Une nation organisée de manière démocratique comprend 20 millions d'électeurs. Un électeur ne s'intéresse qu'à deux choses: le montant Z des dépenses publiques que choisit le gouvernement et le montant c de sa consommation privée. Chaque électeur i ($i = 1, ..., 20\,000\,000$) dispose d'une richesse monétaire de ω_i. Les préférences de l'électeur i pour les dépenses publiques et la consommation privée sont représentées par la fonction d'utilité $U_i : \mathbb{R}^2_+ \to \mathbb{R}$ définie par

$$U_i(Z, c) = \alpha_i \ln Z + (1 - \alpha_i) \ln c$$

où $\alpha_i \in]0, 1[$. Les 20 millions d'électeurs se répartissent également entre 5 groupes, définis par la valeur du paramètre α_i, suivant le schéma suivant: $\alpha_i = 1/6$ (1er groupe), $\alpha_i = 1/5$ (2ème groupe), $\alpha_i = 1/4$ (3ème groupe), $\alpha_i = 1/3$ (4ème groupe), $\alpha_i = 1/2$ (5ème groupe). La constitution de cette nation stipule que la dépense publique doit être financée par un impôt sur la richesse privé à taux constant $t \in [0, 1]$ et interdit les déficits ou les excédents publics. Si Z euros de dépenses publiques sont effectués, on doit donc avoir

$$t \sum_{i=1}^{20000000} \omega_i = Z$$

Le taux d'impôt (et donc le montant de la dépense publique) est choisi par un gouvernement élu de manière démocratique. Deux partis politiques s'affrontent au cours des élections: La gauche et la droite. Chaque parti propose aux électeurs un "programme politique" qui, dans ce monde très simple, prend la forme d'un taux d'impôt. Un parti politique ne vise qu'une seule chose: gagner l'élection, ce qu'il fait en proposant un programme qui recueille l'assentiment d'une majorité de citoyens. On représente cet objectif en supposant que le paiement de n'importe lequel des deux partis est 1 si il gagne l'élection et -1 s'il la perd. Tous les citoyens se rendent voter aux élections.

(a) Quels taux d'impôts proposeront les deux partis à leurs électeurs à l'équilibre de Nash de ce jeu électoral ? L'offre de programmes vous paraît-t-elle diversifiée ?

Question 11 La maison Christies de Londre veut vendre la première paire d'escarpins de Madona aux enchères. Il existe n acheteuses potentielles pour cette paire d'escarpins. On désigne par $U_i^1(x)$ et $U_i^0(x)$ le niveau de satisfaction retirée par madame i de x euros de richesses lorsqu'elle est possession des escarpins et lorsqu'elle n'est pas en possession des escarpins respectivement. On suppose évidemment que $U_i^1(x) \geq U_i^0(x)$ pour tout x et que $U_i^j(.)$ est une fonction strictement croissante. Le montant maximal qu'est disposée à payer l'acheteuse i ($i = 1, ..., n$) est v_i. Ce montant v_i est rigoureusement défini par l'identité

$$U_i^1(\omega_i - v_i) \equiv U_i^0(\omega_i)$$

où ω_i désigne la richesse de madame i. La maison Christies de Londre hésite entre deux modes de mise aux enchères sous pli scellé. Dans chacun des deux modes, chaque acheteuse potentielle doit mettre dans une enveloppe à son nom le montant maximal qu'elle est disposée à payer pour la paire d'escarpins. Puis les enveloppes sont ouvertes par le commissaire priseur et la paire d'escarpins est, dans les deux cas, donnée à la personne qui a mis sous enveloppe le montant le plus élevé (si il y a plusieurs personnes a avoir mis sous enveloppe le montant le plus élevé, on tire au hasard parmi elles (suivant une distribution uniforme) celle qui se verra accorder la paires d'escarpins). Par contre les deux modes d'enchères diffèrent par le prix que paie le vainqueur. Dans le premier mode (dite enchères de premier prix), le gagnant paie le montant qu'il a inscrit dans l'enveloppe. Dans le second mode (dite enchères de second prix), le gagnant paie le montant le plus élevé déposé dans l'enveloppe parmi toutes les autres enchérisseuses (si il y a plusieurs vainqueurs, ce montant sera le même que celui mis dans l'enveloppe par n'importe lequel des vainqueurs).

(a) Montrer que dans l'enchère au second prix, mettre dans l'enveloppe sa véritable disposition à payer est, pour chaque enchérisseuse, une stratégie faiblement dominante.

(b) Montrer que, dans l'enchère au premier prix, il n'y a pas de stratégie faiblement dominante. Supposons qu'une enchérisseuse puisse connaître ce qu'ont mis dans leur enveloppe les autres. Dans quels cas pourrait-telle avoir intérêt à mentir sur sa disposition à payer ?

Question 12) Deux fabricants de jouets A et B envisagent de lancer sur le marché pour la prochaine période de Noël un nouveau jeu vidéo. L'état du marché des jeux vidéo est très incertain. Le marché sera soit *bon* permettant des ventes totales de 20 millions d'unités, ou *mauvais*, avec des ventes de 6 millions d'unités. L'entreprise B, qui possède un excellent service de prévisions économiques, connait l'état du marché. L'entreprise A ne le connaît pas. Elle estime a 60% les chances pour que le marché soit mauvais. La décision de lancer le nouveau jeu entraine un coût fixe de 60 millions d'euros pour l'entreprise B et de 40 millions d'euros pour l'entreprise A. En plus de ces coûts fixes de recherche, le coût moyen de produire un jeu supplémentaire est de 5 euro pour l'entreprise A et de 3 euros pour l'entreprise B. Le prix auquel chaque entreprise pourra vendre son jeu dépend de la concurrence en vigueur sur le marché. Si les deux entreprises décident de mettre sur le marché leur jeu, elle ne pourront en obtenir que 10 euros par unité. Si une seule entreprise décide de mettre en marché son jeu, elle pourra obtenir 12 euros par unité. Si les deux entreprises mettent en marché leur jeu, elles se partageront à part égale le marché, suivant l'état de celui-ci (bon ou mauvais).

(a) Représenter le problème de décision auquel sont confrontés les directions des deux entreprises sous une forme extensive et sous une forme normale. Indiquer toutes les formes extensives possibles qui sont susceptibles de représenter ce jeu. Que décidera de faire chaque entreprise ?

(b) Compliquons énormément le problème en supposant maintenant que chacune des deux entreprises peut décider ou non, avant de prendre sa décision de lancer son produit, de faire une étude de marché. Cette étude de marché révélera avec certitude l'état du marché à l'entreprise qui aura décidé de la faire. L'étude de marché coûte 5 millions d'euros. Refaire (a) dans ce cas (en ne représentant qu'une seule des formes extensives possibles; vous trouverez cet exercice un peu "lourdingue"; mais faites le quand même!)

Question 13. Considérons le jeu suivant (appelé parfois "jeu de la vérité"). Ce jeu oppose deux joueurs, 1 et 2, et une maîtresse de jeu. La maîtresse de jeu a une pièce de monnaie truquée de manière telle que, lorsqu'elle est jetée au hasard, elle tombe sur le côté "face" 4 fois sur 5 en moyenne. Ce biais de la pièce est connu des deux joueurs. La maîtresse de jeu jette la pièce et montre le résultat au joueur 1 qui doit, ensuite, annoncer le résultat au joueur 2. Le joueur 1 n'est autorisé qu'à faire l'une des annonces suivantes: "pile" ou "face". Le joueur 2, après avoir entendu l'annonce du joueur 1, doit essayer de deviner le véritable résultat du jet. Le joueur 2 reçoit 1000 euros s'il devine correctement le résultat du jet et ne reçoit rien dans le cas contraire. Le joueur 1 reçoit 2000 euros si le joueur 2 annonce face et ne reçoit rien si le joueur 2 annonce pile. En plus de ces paiements de base, le joueur 1 reçoit une prime de 1000 euros s'il dit la vérité au joueur 2 mais ne reçoit aucune prime s'il lui ment.

(a) Représenter le jeu sous forme normale.

(b) Représenter le jeu sous forme extensive.

(c) Faire une prédiction sur l'issue plausible du jeu.