2ème séance de Travaux dirigés de microconomie

Nicolas Gravel, Université de la Méditerranée

DEUG 2, année académique $2003-2004$

Exercice 1: Pour chacune des préférences suivantes définies sur $\mathbb{R}_+^2$, dire, en le justifiant, si elles sont convexes, monotones croissantes et localement insatiables, déterminer l'équation du taux marginal de substitution et tracer une courbe d'indifférence représentative.

a) $\forall\ (x,\ y),\ (x',\ y') \in \mathbb{R}_+^2,\ (x,y) \succeq (x',y') \Leftrightarrow \frac{x}{1+y} \succeq \frac{x'}{1+y'}$.

b) $\forall\ (x,\ y),\ (x',\ y') \in \mathbb{R}_+^2,\ (x,y) \succeq (x',y') \Leftrightarrow x^2 + \ln y \succeq x'^2 + \ln y'$

c) $\forall\ (x,\ y),\ (x',\ y') \in \mathbb{R}_+^2,\ (x,y) \succeq (x',y') \Leftrightarrow 4\ x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} \succeq 4\ x'^{\frac{1}{2}} y'^{\frac{1}{2}}$

d) $\forall\ (x,\ y),\ (x',\ y') \in \mathbb{R}_+^2,\ (x,y) \succeq (x',y') \Leftrightarrow \min[ax;\ by] \succeq \min[ax';\ by']$ (pour $a > 0$ et $b > 0$.)

Exercice 2: Soit la fonction d'utilité $U(x_1,x_2) = [\delta_1 x_1^\rho + \delta_2 x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$ où $\delta_i \in [0,1]$ $(i = 1,2)$, $\delta_1 + \delta_2 = 1$ et ρ est un nombre réel quelconque strictement différent de 0.

a) Montrez que la dérivée de la fonction U par rapport à x_i $(i = 1,2)$ évaluée au panier $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$(que l'on notera $U_{x_i}(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$) peut s'écrire

$$U_{x_i}(\overline{x}_1, \overline{x}_2) = \delta_i [\frac{U(\overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\overline{x}_i}]^{1-\rho}$$

b) A l'aide de la question précédente, déterminez l'équation du taux marginal de substitution de la fonction U.

c) Quelle valeur doit prendre le paramètre ρ pour que les préférences représentées par U soient convexes.

d) Comment se comporte le taux marginal de subsitution lorsque ρ tend vers 0? Lorsque ρ tend vers $-\infty$?

e) Comparez votre réponse à la question précédente avec votre analyse des questions c) et d) de l'exercice 1 et commentez.

Exercice 3 Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction $U(x,y) = 4\ x^{\frac{1}{2}} + y$. Il dispose de 1 unité du bien x et de 2 unités du bien y.

1) Si l'on réduit sa consommation de x à 0, combien faut-il lui donner d'unités de y pour qu'il ait le même niveau de satisfaction?

2) Même question s'il dispose maintenant de 25 unités de x et 12 unités de y.

Exercice 4: Les fonctions d'utilité de Mohamed, Woo Yong, Bobépine, Iara, Conrad et Délima sont données, respectivement, par $U^M(x,y) = xy$, $U^W(x,y) = 10xy + 2$, $U^B(x,y) = xy(1-xy)$, $U^I(x,y) = \frac{1}{10-xy}$ si $xy < 10$ et $U^I(x,y) = xy$ autrement, $U^C(x,y) = \frac{x}{y}$ et $U^D(x,y) = -\frac{1}{xy}$.

1) Quels sont les individus qui ont les mêmes courbes d'indifférence?

2) Quels sont les individus qui ont les mêmes préférences?

Exercice 5: Un étudiant a des préférences pour la bière (le bien 1) et les cacahouètes (le bien 2) qui se décrivent comme suit:

$\forall (x_1,x_2),\ (y_1;y_2) \in \mathbb{R}_+^2\ (x_1,x_2) \succ (y_1;y_2) \Longleftrightarrow x_1\ >\ y_1$ ou $x_1\ =\ y_1$ et $x_2\ >\ y_2$

a) Donnez une interprétation intuitive de ces préférences.

b) Tracez une courbe d'indifférence représentative de ces préférences et indiquez les paniers les plus désirés et les paniers les moins désirés.

c) Ces préférences sont-elles continues?

Exercice 6 Vrai ou faux ? (justifier). Si les courbes d'indifférence d'une relation de préférences continues et localement non saturable définie sur $\mathbb{R}^2_+$ ont une pente positive, nous pouvons en conclure que les préférences du consommateur ne sont pas monotones croissante par rapport aux deux biens.

Exercice 7 Un individu a des préférences pour deux biens définies par $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2) \Leftrightarrow x_1 \geq z_1 \vee x_2 \geq z_2$. Ces préférences sont-elles complètes ? transitives ? continues ? localement non-saturables ? Monotone croissantes (au sens faible et fort) ? Convexes ? Tracer un ensemble $FP_{\succeq}(x_1, x_2)$ représentatif.

Exercice 8 Vrai ou faux ? (justifier) Si une fonction d'utilité qui représente les préférences du consommateur est convexe, nous pouvons en conclure que les préférences de ce consommateur ne le sont pas.