# Microéconomie, Deug 2, t.d. 1

Nicolas Gravel, Université de la Méditerranée

octobre 2002

**Question 1:** D'après Karl Popper, un énoncé est scientifique s'il existe une circonstance factuelle possible où cet énoncé pourrait être réfuté. Pourquoi peut-on dire que cette définition de la "scientificité" d'un énoncé risque de considérer comme non scientifique des énoncés de nature probabiliste ?

**Question 2**: Dire, pour chacun des ensembles d'input requis suivants, si la fonction de production sous-jacente est concave et monotone. Si possible, dessiner l'isoquante représentative de l'ensemble d'input requis et déterminer la fonction de production (dans ce qui suit, $a$ et $b$ sont des nombres réels strictement positifs).

(a) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : ax_1 \geq \ln y \text{ et } bx_2 \geq \ln y\ \}$
(b) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : ax_1 + bx_2 \geq y\ \}$
(c) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : ax_1 + x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} + bx_2 \geq y\ \}$
(d) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : ax_1 - x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} + bx_2 \geq y\ \}$
(e) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : ax_1 + bx_2 \leq y\ \}$
(f) $V(y) = \{x \in \mathbb{R}^2_+ : x_1(1-y) \geq a;\ x_2(1-y) \geq b\ \}$
(g)$V(y) = \{x \in \mathbb{R}^3_+ : x_1 + \min(x_2, x_3) \geq 3y\}$

**Question 3:**Pour chacune des fonctions de production suivante, dire si elle concave et/ou monotone croissante, qualifier les rendements d'échelle dont elle fait l'objet et représenter graphiquement un ensemble représentatif d'inputs requis.

(a) $f(x_1, x_2) = 10 - \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$
(b) $f(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$
(c) $f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} + \ln x_2$
(d) $f(x_1, x_2) = \min(ax_1, bx_2)$ (pour $a$ et $b$ deux nombres réels quelconques)
(e) $f(x_1, x_2) = \min(ax_1^2, bx_2)$
(f) $f(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/2}$
(g) $f(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{1/2}$
(h) $f(x_1, x_2) = (x_1 + 1)^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$

**Question 4:** Soit une fonction $g : A \to B$ (avec $A$ et $B$, des sous-ensembles fermés et convexes de $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}$ respectivement). On vous rappelle qu'une telle fonction est dite homogène de degré $k$ (pour un nombre réel $k$ quelconque) si , pour tout nombre réel strictement positif $t$, elle satisfait $t^k g(x_1, ..., x_n) = g(tx_1, ..., tx_n)$ pour tout $(\overline{x}_1, ..., \overline{x}_n)$ dans $A$. Le théorème d'Euler énonce que, si $g$ est une fonction dérivable en tout point de son domaine et homogène de degré $k$, alors elle vérifie, pour tout $(\overline{x}_1, ..., \overline{x}_n)$ dans $A$, $kg(\overline{x}_1, ..., \overline{x}_n) = \sum_{i=1}^{n} \overline{x}_i \frac{\partial g(\overline{x}_1,...,\overline{x}_n)}{\partial x_i}$. Utilisez le théorème d'Euler pour montrer que, pour une fonction de production $f$ à deux inputs admettant des rendements d'échelles constants, on doit avoir $\frac{\partial^2 f(\overline{x}_1,\overline{x}_2)}{\partial x_1 \partial x_2} > 0$ à tout niveau d'emploi $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ des deux facteurs. Donnez une interprétation économique de ce résultat.

**Question 5:** Soit $f$ une fonction de production à deux facteurs monotone croissante admettant des rendements d'échelle constants. Montrer que la productivité moyenne de chaque facteur doit être décroissante par rapport au niveau d'utilisation de chaque facteur.

**Question 6:** (Vrai ou faux ? justifier) Si $f$ est une fonction de production concave et monotone croissante, alors la productivité moyenne de chaque facteur est décroissante par rapport au niveau d'utilisation de ce facteur.

**Question 7**: L'entreprise General Monsters dispose de deux usines de production d'épouvantails, l'usine $A$ et l'usine $B$. La production d'épouvantails emploie deux facteurs de production: le travail et le temps-machine. L'usine $A$ est équipée de telle manière à ce qu'exactement une moitié d'unité de temps machine et une unité de temps de travail soit nécessaire pour produire chaque épouvantail. L'usine $B$ est équipée pour sa part de telle manière à ce qu'exactement une demie unité de temps de travail et une unité de temps machine soit nécessaire à produire chaque épouvantail.

(a) Comment définiriez-vous la fonction de production de chaque usine ?

(b) Représenter graphiquement les combinaisons d'inputs requises pour la production de 10 épouvantails dans l'usine $A$ et de 30 épouvantails dans l'usine $B$. Représenter également sur un même graphique les combinaisons d'inputs nécessaires à la production de 30 épouvantail dans l'usine $A$ et 10 épouvantail dans l'usine $B$.

(c) Les ensembles d'inputs requis à la production d'épouvantail de General Monsters sont-ils convexes ?

**Question 8:** Vrai ou faux ? Justifier. Si une fonction de production admet des ensembles d'inputs requis convexe, cette fonction est nécessairement concave.